УДК 004.942

В.Ф. МИРГОРОД, И.М. ГВОЗДЕВА
Национальный университет «Одесская морская академия»

ОЦЕНКА МОЩНОСТИ НЕКОТОРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ ТРЕНДА

Предлагается подход к выбору и сравнению критериев, которые применяются при анализе временных рядов параметров регистрации технического состояния сложных технических объектов. Подход основан на установленные важной характеристики трендовых критериев, а именно мощности таких критериев, которые рассматриваются как критерии различения сложных гипотез. Для анализа предлагается статистическая модель порождения данных в виде совокупности детерминированной трендовой и случайной составляющих. Детерминированная составляющая рассматривается в виде линейного приближения ее разложения в ряд Тейлора. Такое допущение обосновывается необходимостью выявить тренд на наиболее коротком промежутке времени, на котором трендовая составляющая допускает линейное приближение. Случайная составляющая принимается в виде выборки из генеральной совокупности независимых случайных величин, которые имеют нормальное распределение. Для анализа избраны наиболее распространенные непараметрические критерии тренда: критерий Вальда-Вольфовитца; критерий Бартлеса; критерий инверсий; а также параметрический корреляционный критерий для сравнения. Опорная гипотеза имеет вид принадлежности временного ряда к выборке из генеральной совокупности независимых случайных величин, а альтернатива − принадлежности к выборке с линейным трендом. Трендовые статистики соответствующих критериев сформированы на скользящем или секционном непересекающемся окне анализа заданной размерности. Параметром развития тренда избрано отношения прироста тренда за время анализа к СКО случайной составляющей. Для рассмотренных трендовых критериев получены зависимости их мощности от параметра развития тренда и вероятности ошибки первого рода (ошибочная тревога), а также оперативные характеристики критериев. Анализ выполнен методами аналитических оценок и статистического моделирования. Установлено, что в случае альтернативы статистики анализируемых критериев нормализуются, а статистика корреляционного критерия своего вида не изменяет. Сравнение трендовых критериев по мощности при равных значениях вероятности ошибки первого рода позволяет установить преимущество критерия инверсий, а худшие показатели имеет критерий. Вальда-Вольфовитца. Оценка мощности критериев тренда имеет важное значение для прикладных применений, поскольку позволяет установить вероятность ошибки второго рода (пропуск тренда).

Ключевые слова: временные ряды; тренд; критерии; мощность критерия; статистическое моделирование; диагностика.

В.Ф. МИРГОРОД, І.М. ГВОЗДЕВА
Національний університет «Одеська морська академія»

ОЦІНКА ПОТУЖНОСТІ ДЕЯКИХ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ КРИТЕРІЇВ ТРЕНДУ

Пропонується підхід до вибору і порівняння критеріїв, які застосовуються при аналізі часових рядів параметрів реєстрації технічного стану складних технічних об'єктів. Підхід заснований на встановлені важливої характеристики трендових критеріїв, а саме потужності таких критеріїв, які розглядаються як критерії розрізнення складних гіпотез. Для аналізу пропонується статистична модель

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

породження даних у вигляді сукупності детермінованої трендової і випадкової складових. Детермінована складова розглядається у вигляді лінійного наближення її розвинення в ряд Тейлора. Таке припущення обґрунтовується необхідністю виявити тренд на найбільш короткому проміжку часу, на якому трендова складова допускає лінійне наближення. Випадкова складова приймається у вигляді вибірки з генеральної сукупності незалежних випадкових величин, які мають нормальний розподіл. Для аналізу обрані найбільш поширені непараметричні критерії тренду: критерій Вальда-Вольфовітца; критерій Бартлеса; критерій інверсій; а також параметричний кореляційний критерій для порівняння. Опорна гіпотеза має вигляд приналежності часового ряду до вибірки з генеральної сукупності незалежних випадкових величин, а альтернатива – приналежності до вибірки з лінійним трендом. Трендові статистики відповідних критеріїв сформовані на змінному або секційному непересічному вікні аналізу заданої розмірності. Параметром розвитку тренду обрано відношення приросту тренду за час аналізу до СКВ випадкової складової. Для розглянутих трендових критеріїв отримані залежності їх потужності від параметра розвитку тренду і ймовірності помилки першого роду (*помилкова тривога*)*, а також оперативні характеристики критеріїв. Аналіз виконано методами аналітичних оцінок і статистичного моделювання. Встановлено, що в разі альтернативи статистики аналізованих критеріїв нормалізуються, а статистика кореляційного критерію свого виду не змінює. Порівняння трендових критеріїв за потужністю при рівних значеннях ймовірності помилки першого роду дозволяє встановити перевагу критерію інверсій, а гірші показники має критерій Вальда-Вольфовітца. Оцінка потужності критеріїв тренду має важливе значення для прикладних застосувань, оскільки дозволяє встановити ймовірність помилки другого роду* (*пропуск тренду*).

Ключові слова: часові ряди; тренд; критерії; потужність критерію; статистичне моделювання; діагностика.

V.F. MYRHOROD, I.M. HVOZDEVA
National University 'Odessa Maritime Academy'

ASSESSMENT OF POWER OF SOME NON-PARAMETRIC TREND CRITERIA

An approach to the selection and comparison of criteria that are used in the analysis of time series of parameters for recording the technical condition of complex technical objects is proposed. The approach is based on established important characteristics of trending criteria, namely the power of such criteria, which are considered as criteria for distinguishing complex hypotheses. For analysis, we propose a statistical model for generating data in the form of a combination of deterministic trend and random components. The deterministic component is considered as a linear approximation of its expansion in a Taylor series. This assumption is justified by the need to identify a trend in the shortest period of time at which the trend component allows a linear approximation. The random component is taken in the form of a sample from the general population of independent random variables that have a normal distribution. For analysis, the most common nonparametric trend criteria were selected: Wald-Wolfowitz criterion; Bartles test; inversion criterion; as well as a parametric correlation criterion for comparison. The support hypothesis has the form of belonging of a time series to a sample from the general set of independent random variables, and an alternative is belonging to a sample with a linear trend. Trend statistics of the relevant criteria are generated on a sliding or sectional disjoint analysis window of a given dimension. The trend development parameter was selected as the ratio of the trend growth during the analysis to the standard deviation of the random component. For the considered trend criteria, the dependences of their power on the trend development parameter and the

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

probability of an error of the first kind (erroneous alarm), as well as operational characteristics of the criteria, are obtained. The analysis was carried out by methods of analytical estimates and statistical modeling. It has been established that in the case of an alternative, the statistics of the analyzed criteria are normalized, and the statistics of the correlation criterion do not change their type. A comparison of trending power criteria with equal values of the probability of an error of the first kind allows us to establish the advantage of the inversion criterion, and the criterion has the worst performance. Walda-Wolfowitz. Estimating the power of trend criteria is important for applied applications, since it allows you to establish the probability of a second kind of error (skipping a trend).

Keywords: time series; trend criteria; criterion power; statistical modeling; diagnostics.

Постановка проблемы

Выбор трендовых критериев для решения прикладных задач является сложной проблемой, поскольку требования к ним всегда являются противоречивыми. С одной стороны, трендовые критерии должны иметь высокое быстродействие для установления и предупреждения развития аварийных ситуаций. С другой стороны, такие критерии должны иметь высокую достоверность, т.е. минимальное значение вероятности ошибочных решений, которые могут сопровождаться необоснованным снятием диагностируемого объекта из эксплуатации (ошибка первого рода, ошибочная тревога), или пропуском тренда (ошибка второго рода). К сожалению, анализу трендовых критериев относительно ошибок второго рода почти не уделено внимание в известных и опубликованных исследованиях. Но относительная цена такой ошибки (пропуск тренда) может быть довольно высокой, поскольку развитие аварийной ситуации, которая не установлена, может привести к потере объекта диагностирования и другим крайне нежелательным последствиям. С теоретической точки зрения, установление характеристик трендовых критериев относительно вероятности ошибки второго рода является вопросом установления мощности таких критериев, поскольку указанная вероятность является дополнением именно к мощности критерия.

Анализ последних исследований и публикаций

Исследованию временных рядов и разработке методов их анализа посвящено ряд фундаментальных работ [1–6]. Математические модели процессов изменения параметров технического состояния сложных объектов в виде временных рядов являются предметом ряда прикладных исследований [7–9]. В [10] и других работах школы проф. Лемешко Б.Ю. рассмотрено решение задачи оценки параметров критериев тренда и случайности методом статистического моделирования для ряда частных статистических моделей. Известные преимущества непараметрических критериев обусловили необходимость их детального исследования и сравнительного анализа. Тем не менее, задача оценки мощности различных критериев тренда и случайности еще далека от своего решения. Недостаточно исследованными являются, в частности, вопросы получения оперативных характеристик критериев в зависимости от параметров тренда.

Цель исследования

Целью работы является обоснование подхода к оценке мощности ряда непараметрических трендовых критериев и их сравнительный анализ.

Изложение основного материала исследований

1. Статистическая модель

Общая статистическая модель порождения данных (СМПД) в последующем будет приниматься в виде аддитивной смеси детерминированной и случайной компонент:

$$x_n = f_n + \xi_n, \tag{1}$$

где f_n – детерминированная компонента, $f_n = f(t)_{t=t_n}$ – решетчатая функция некоторой детерминированной непрерывной функции времени, ξ_n – реализация дискретного стационарного случайного процесса (СП).

Частная СМПД с линейным трендом в последующем будет приниматься в виде:

$$x_n = an + \xi_n, \tag{2}$$

где $a = const.$ – темп изменения трендовой компоненты, ξ_n – реализация дискретного СП, которая удовлетворяет гипотезе H_0 – принадлежности к выборке из генеральной совокупности независимых случайных величин (СВ), имеющих нормальное распределение, центрированного и с известной дисперсией $D_\xi = \sigma_\xi^2$.

Детерминированная составляющая рассматривается в виде линейного приближения ее разложения в ряд Тейлора.

Такое допущение обосновывается необходимостью обнаружить тренд на наиболее коротком промежутке времени, на котором трендовая составляющая допускает линейное приближение. Для характеристики соотношения трендовой и случайной компоненты предлагается выбрать коэффициент $k_a = a \cdot N / \sigma_\xi$.

На иллюстрациях рис. 1 и рис. 2 представлены исходные данные. На рисунках обозначены: 1 – трендовая составляющая, 2 – случайная составляющая, 3 – выборка данных.

2. Статистические гипотезы

Сформируем некоторую статистику: дискретный функционал $T(x_k, N)$ на выборках $x_k \in X$, длиной в N отсчетов. На основе статистики сформируем критерий различения гипотез:

$$\left.\begin{aligned} H_0 &: T(x_k, N) \le C_\alpha \\ H_1 &: T(x_k, N) > C_\alpha \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

где C_α – пороговое значение критерия, которое отвечает заданному уровню значимости α.

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

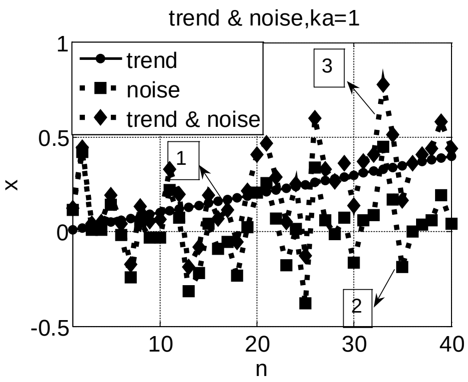

Рис. 1. Выборка данных временного ряда при $k_a = 1$.

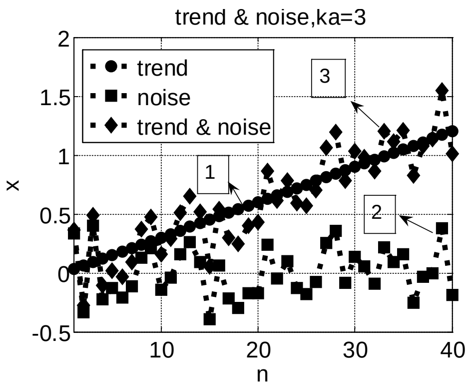

Рис. 2. Выборка данных временного ряда при $k_a = 3$.

Если $p_0(x)$ – функция плотности вероятности решающей статистики, тогда пороговое значение определяется соотношением:

$$\int_{C_\alpha}^{\infty} p_0(T)\,dT = \alpha.$$

Отбрасывание (опровержение) гипотезы H_0 на заданном уровне значимости отвечает превышение значения решающей статистики порогового уровня. Статистика $T(x_k, N)$ имеет соответствующее распределение (функцию плотности вероятности) и неопровержение H_0, в том случае, когда она является истиной, дает погрешность первого рода (ошибочную тревогу), вероятность которой равна α.

Отсюда следует ключевой тезис предлагаемого исследования:

Если при статистическом моделировании, или по экспериментальным данным, есть возможность использовать выборки из ансамбля (2), и значения отсчетов решающей статистики $T(x_k, N)$ являются при α=*const* выборкой из генеральной совокупности независимых СВ с определенной функцией плотности вероятности, причем

$$mean(T(x_k, N)) = const;$$
$$\mathrm{var}(T(x_k, N)) = const.$$

тогда априорная опорная гипотеза H_0 должна быть отброшена, а альтернативная гипотеза H_1 принятой как истина. Таким образом, в статистическом эксперименте, или по экспериментальным данным, появляется возможность определить вероятность ошибки второго рода (пропуск тренда) β :

$$\int_{-\infty}^{C_\alpha} p_1(T)\,dT = \beta,$$

где $p_1(T)$ – функция плотности вероятности решающей статистики для выборки с трендом.

Отсюда $P = 1 - \beta$ является мощностью избранного критерия линейного тренда при заданных темпе a и дисперсии σ_{ζ}^{2} на заданном уровне значимости $\alpha = const.$ Квантиль $p_1(T)$, который отвечает вероятности β, одновременно есть квантилем $p_0(T)$, который отвечает $\alpha = const.$ Диаграмма $P = 1 - \beta = f(\alpha, k_a)$ является исчерпывающей оперативной характеристикой избранного критерия относительно СМПД (2), т.е. мощности критерия.

3. Критерии тренда и случайности

3.1. Критерий выборочного коэффициента корреляции.

Статистика выборочного коэффициента корреляции используется для сравнения с анализируемыми непараметрическими критериями.

Статистика выборочного коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$R(x_n, N, k) = \frac{\sum_{n=1}^{N}\left[x_n - m(x_n)\right]\left[x_{n-k} - m(x_{n-k})\right]}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N}\left[x_n - m(x_n)\right]^2 \sum_{n=1}^{N}\left[x_{n-k} - m(x_{n-k})\right]^2}}, \tag{4}$$

где $m(x_n) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n; m(x_{n-k}) = \frac{1}{N}\sum_{n=k+1}^{N} x_{n-k}$ – выборочные средние в каждой из секций анализа.

Если $k = 1,$ тогда статистика рассчитывается на скользящем окне анализа длиной $N.$ Если $k = N,$ статистика рассчитывается на непересекающихся сопредельных окнах анализа. В этом случае гарантируется независимость отсчетов выборок, поскольку в окно анализа не попадают одни и те же самые отсчеты временного ряда.

Статистика ВКК достаточно широко используется для анализа стационарности временного ряда, поскольку ее распределение известно [11]. Сложность аналитического вида такого распределения ограничивает ее применение.

Преобразование Фишера:

$$z(x_n, N) = \frac{1}{2}\ln\frac{1 - R(x_n, N)}{1 + R(x_n, N)},$$

нормализует статистику ВКК при $N \geq 20$ с параметрами распределения:

$$mean(z(x_n, N)) \approx \frac{1}{2}\ln\frac{1 - R}{1 + R} + \frac{R}{2(N-1)};$$

$$\mathrm{var}(z(x_n, N)) \approx \frac{1}{N-3}.$$

Статистика ВКК не зависит от способа сортировки исходных данных. Нормализация путем применения преобразования Фишера позволяет упростить формирование критериев различения гипотез, поскольку пороговое значение критерия легко устанавливаются по плотности нормального распределения для заданного уровню значимости.

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

3.2. Ранговый критерий Вальда-Вольфовитца

Пусть R_i – ранг наблюдения в упорядоченном по возрастанию ряду значений временного ряда. Коэффициент сериальной корреляции Вальда-Вольфовитца имеет вид [12]:

$$R_{ww} = \sum_{i=1}^{N-1} \left(R_i - \frac{N+1}{2} \right) \left(R_{i+1} - \frac{N+1}{2} \right)$$

Распределение статистики для гипотезы H_0 асимптотически нормально со средним $M\left(R_{ww}\right)$ и дисперсией $D\left(R_{ww}\right)$, где

$$M\left(R_{ww}\right) = 0, D\left(R_{ww}\right) = \frac{N^2\left(N+1\right)\left(N-3\right)\left(5N+6\right)}{720}.$$

Гипотеза случайности отклоняется, если

$$\left| R_{ww}{}^* \right| = \frac{R_{ww}}{\sqrt{D\left(R_{ww}\right)}} > u_{\frac{1+\alpha}{2}}.$$

3.3.Критерий Бартелса

Пусть R_i – ранг наблюдения в упорядоченном по возрастанию ряде значений временного ряда. Статистика рангового критерия проверки случайности анализируемого ряда, предложенного Бартелсом [13], имеет вид

$$R_{ww} = \sum_{i=1}^{N} \left(R_i - R_{i+1} \right)^2 / \sum_{i=1}^{N} \left(R_i - \frac{N+1}{2} \right)^2.$$

Распределение статистики для гипотезы H_0 асимптотически нормально. Гипотеза о случайности отклоняется, если

$$\left| B^* \right| = \frac{B-2}{2\sqrt{5/\left(5N+7\right)}} > u_{\frac{1+\alpha}{2}}.$$

3.4. Критерий инверсий

Если в выборке значений временного ряда, записанных в порядке их появления, за некоторым значением следует меньшее по величине, тогда имеет место инверсия. Общее число I инверсий в выборке является статистикой критерия случайности полученных значений [14]. Распределение статистики для гипотезы H_0 асимптотически нормально со средним $M\left(I\right)$ и дисперсией $D\left(I\right)$, где

$$M\left(I\right) = \frac{N\left(N-1\right)}{4};$$

$$D(I)=\frac{2N^3+3N^2-5N}{72}.$$

Гипотеза случайности отклоняется, если

$$\left|I^*\right|=\frac{\left|I-M(I)\right|}{\sqrt{D(I)}}>u_{\frac{1+\alpha}{2}}.$$

Критерий имеет асимптотическую эффективность 0,98 относительно критерия коэффициента регрессии. Следовательно, по эффективности он превосходит большинство непараметрических критериев для тренда.

4. Сравнение трендовых статистик и критериев тренда по мощности

Статистическое моделирование выполнено на выборке длиной в 220 отсчетов временного ряда с окном анализа в 20 отсчетов (скользящим и непересекающимся) на 2000 независимых реализациях.

Наиболее существенным результатом проведенных исследований является подтвержденный путем аналитических оценок и путем статистического моделирования тезис о том, что

- статистика $R(x_n,N)$ характеризуется для СМПД (2) параметрами:

$$mean(R(x_n,N))=Q_R;$$
$$\mathrm{var}(R(x_n,N))=\frac{\left(1-Q_R^2\right)^2}{N};\ Q_R=\frac{k_a^2}{k_a^2+1}.$$

- функция плотности вероятности статистики $z(x_n,N)$ для СМПД (2) имеет нормальное распределение с параметрами:
-

$$mean(z(x_n,N))=\frac{1}{2}\ln\left(1+2\frac{k_a^2}{k_a^2+1}\right);\ \mathrm{var}(z(x_n,N))=\frac{1}{\sqrt{N-3}}.$$

- статистики Вальда-Вольфовитца, Бартлеса и инверсий характеризуются следующими параметрами для СМПД (2) при $N=20$;
-

$$mean(R_{ww}^*(x_n,N))\approx k_a/2;\ \mathrm{var}(R_{ww}^*(x_n,N))\approx const;$$
$$mean(B^*(x_n,N))\approx k_a/2;\ \mathrm{var}(B^*(x_n,N))\approx const;$$
$$mean(I^*(x_n,N))\approx k_a/2+1;\ \mathrm{var}(I^*(x_n,N))\approx const.$$

Последнее соотношение справедливо в диапазоне $k_a=2...4,5.$ Указанные статистики нормализуются при $N=20$ с доверительной вероятностью 0,95 по критерию χ^2. Статистическим моделированием получены характеристики обнаружения линейного тренда в выборках, а именно зависимости мощности критериев при заданном уровне значимости $\alpha = const.$ Получены оперативные характеристики критериев, а именно зависимости мощности критериев от уровня значимости при разных значениях параметра тренда. Наиболее существенным заключением по результатам статистического моделирования является нормализуемость трендовых статистик для рассматриваемой СМПД линейного тренда. Поэтому два первых момента таких статистик полностью определяют их свойства при различных параметрах тренда в выборке. Зависимости этих моментов от параметра линейного тренда представлены на Рис. 3 и Рис. 4. На рисунках обозначены: 1 – ВКК, 2 – преобразование Фишера от ВКК, 3 – Вальда-Вольфовитца, 4 – Бартелса, 5 – статистика критерия инверсий

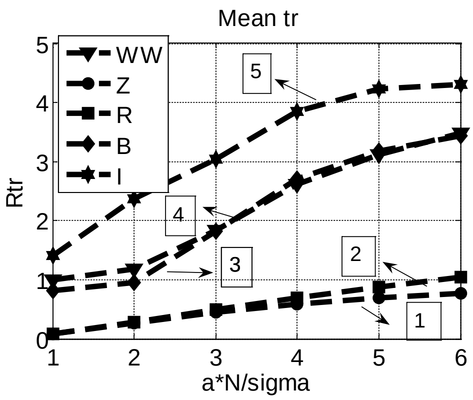

Рис. 3. Зависимость среднего значения статистик от параметра k_a.

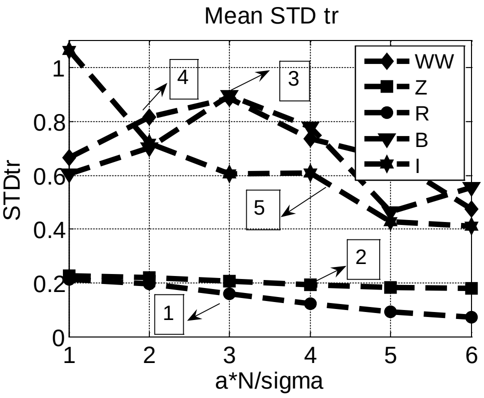

Рис. 4. Зависимость STD статистик от параметра k_a.

Рассмотрим следующие зависимости для каждого из сравниваемых критериев:

- дополнение $P = 1 - \beta = P(k_a)$ к вероятности β ошибки второго рода. Такие зависимости характеризуют мощности сравниваемых критериев для различных параметров линейного тренда и приведены на рис. 5 для $\alpha = 0{,}95.$ На рисунке пунктиром показаны кривые нормальной аппроксимации полученных зависимостей;
- оперативные характеристики критериев: зависимости указанной вероятности от вероятности ошибок первого рода – рис. 6.

На рисунках обозначены: 1 – преобразование Фишера от ВКК, 2 –Вальда-Вольфовитца и Бартелса, 3 –критерий инверсий.

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

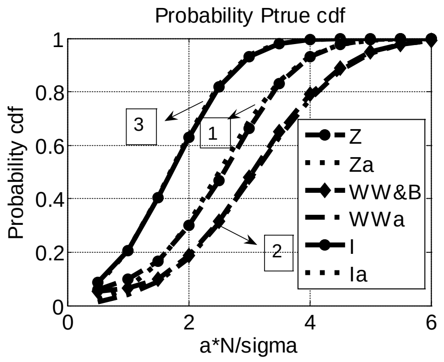

Рис. 5. Зависимость мощности критериев от параметра тренда k_a

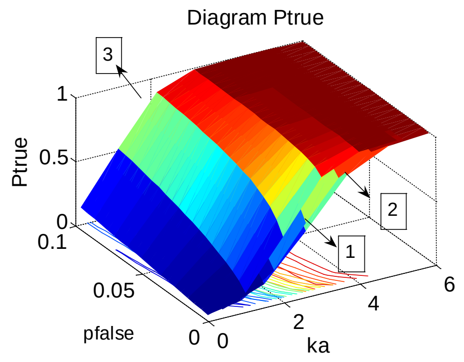

Рис. 6. Оперативные характеристики критериев

.

Сравнение критериев дает возможность установить следующие результаты.

1. Критерий инверсий позволяет установить наличие тренда с высокой доверительной вероятностью даже при умеренном темпе его развития. Критерии Вальда-Вольфовитца и Бартелса имеют наихудшие характеристики по указанному показателю, а критерий ВКК занимает промежуточное положение.
2. Оперативная характеристика критерия инверсий располагается всегда выше оперативных характеристик критериев ВКК, Вальда-Вольфовитца и Бартелса. Критерий Вальда-Вольфовитца в рамках использованных допущений имеет наихудшую оперативную характеристику.

Таким образом, мощность критерия инверсий, в рамках допущений СМПД (2) и по избранным алгоритмам формирования статистик, существенно превышает мощность критериев Вальда-Вольфовитца и ВКК в диапазоне уровней значимости $\alpha = 0,01...0,1$ и уровней развития тренда $k_a = 1...6$. Нужно подчеркнуть, что предлагаемое сравнение имеет важное значение, поскольку условная цена ошибки первого (ошибочная тревога) или второго (пропуск тренда) рода существенно отличаются. В первом случае принятия неверного решения означает необоснованное снятие объекта из эксплуатации и затраты на «outage», а во втором случае – пропуск развития аварийной ситуации и возможная потеря объекта и значительные сопутствующие потери.

Для апробации предлагаемого подхода рассмотрена прикладная задача диагностирования технического состояния маршевой двигательной установки самолета ИЛ-76 с двигателем ПС-90А в процессе длительной эксплуатации, предложенная в [8–9].

На рис. 7 представлена выборка параметров регистрации давления за компрессором, приведенная к диагностической модели, вместе с трендом, полученным методом главных компонент. Иллюстрация на рис. 8 демонстрирует эффективность критерия инверсий.

Численная оценка результатов решения прикладной задачи подтверждает их соответствие предварительным оценкам, полученным в результате статистического моделирования.

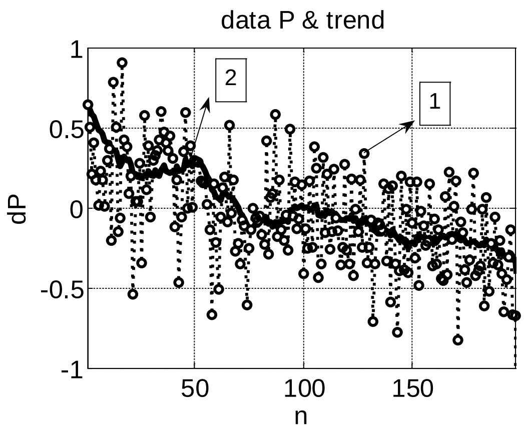

Рис. 7. Выборка данных временного ряда и ее компоненты: 1 – выборка данных, 2 – трендовая составляющая.

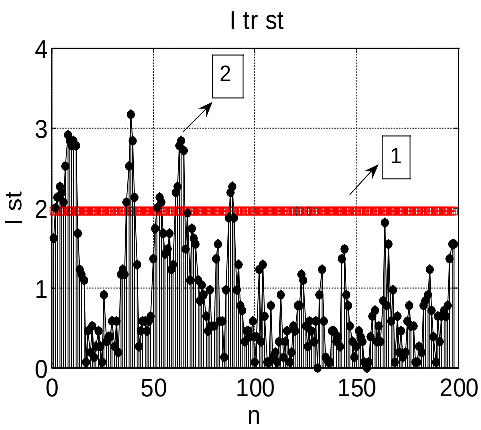

Рис. 8. Изменение значений решающей статистики критерия инверсий: 1 – пороговое значение, 2 – статистика.

Выводы

Предложен подход к оценке мощностей критериев тренда путем введения новой обоснованной статистической модели порождения данных и комплексным применением метода аналитических оценок и статистического моделирования, которое позволяет выполнить обоснованный выбор таких критериев по минимизации вероятности ошибочных решений. Критерии тренда могут сравниваться по разным показателям и предлагаемый подход не является преобладающим, но существенно необходимым.

Всегда будет существовать противоречие между быстродействием критерия и интенсивностью ошибочных решений. Решение такого противоречия может быть найдено в направлении комплексирования критериев, что составляет перспективы дальнейших исследований.

Список использованной литературы

1. Kendall M., Stuart A. The Advanced Theory of Statistics. Vol. 2. New York: Hafner, 1979. 748 p.
2. Anderson O. D. Time Series Analysis and Forecasting. London: Butterworths, 1976. 182 p.
3. Box G. E. P., Jenkins G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day, 1976. 575 p.
4. Montgomery D. C., Johnson L. A., Gardiner J. S. Forecasting and Time Series Analysis. New York: McGraw-Hill, 1990. 381 p.
5. Shumway R. H. Applied Statistical Time Series Analysis. New York: Prentice Hall, 1988. 384 p.
6. Wei W. W. Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods. New York: Addison-Wesley, 1989. 640 p.
7. Hvozdeva I., Myrhorod V., Derenh Y. The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. Proceedings of the *AMiTaNS'17:* AIP Conference. Vol. 1895. (Bulgaria, Albena, June 21–26, 2017), Melville, New York: American Institute of Physics, 2017. P. 030002-1-030002-9. DOI: 10.1063/1.5007361

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17

8. Myrhorod V., Hvozdeva I., Demirov V. Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. Proceedings of the *AMiTaNS'18:* AIP Conference. Vol. 2025. (Bulgaria, Albena, June 20–25, 2018), Melville, New York: American Institute of Physics, 2018. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod V., Hvozdeva I., Derenh Y. Two-Dimensional Trend Analysis of Time Series of Complex Technical Objects Diagnostic Parameters. Proceedings of the *AMiTaNS'19*:11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences. Vol. 2164, №1. (Bulgaria, Albena, June 20–25, 2019), Melville, New York: American Institute of Physics, 2019. P. 040011-1–040011-12,
DOI: 10.1063/1.5130815
10. Veretenikova I.V., Lemeshko Б. Criteria of Test against Absence of Trend in Dispersion Characteristics. Proceedings of the *IFOST 2016*: The 11th International Forum on Strategic Technology. (Russia, Novosibirsk, June 1-3, 2016), Novosibirsk: Novosibirsk State Technical University, 2016. P. 333–337.
11. Korn G. A., Korn T. M. Mathematical Handbook. Mineola, New York, 2000. 1132 p.
12. Wald A., Wolfowitz J. An Exact Test for Randomness in the Non-Parametric Case Based on Serial Correlation. *AMS*. 1943. V. 14. P. 378–388.
13. Bartels R. The Rank Version of von Neumann's Ratio Test for Randomness. *Journal of the American Statistical Association*.1982. Vol. 77. № 377. P. 40–46.
14. Himmelblau D. M. Process Analysis by Statistical Methods. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1970. 463 p.

References

1. Kendall, M., & Stuart, A. (1979). The Advanced Theory of Statistics. Vol. 2. New York: Hafner.
2. Anderson, O. D. (1976). Time Series Analysis and Forecasting. London: Butterworths.
3. Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1976). Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day.
4. Montgomery, D. C., Johnson, L. A., & Gardiner, J. S. (1990). Forecasting and Time Series Analysis. New York: McGraw-Hill.
5. Shumway, R. H. (1988). Applied Statistical Time Series Analysis. New York: Prentice Hall.
6. Wei, W. W. (1989). Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods. New York: Addison-Wesley.
7. Hvozdeva, I., Myrhorod, V., & Derenh, Y. (2017). The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. Proceedings of the *AMiTaNS'17: AIP Conference*. Vol. 1895. (Bulgaria, Albena, June 21–26, 2017), Melville, New York: American Institute of Physics, pp. 030002-1-030002-9. DOI: 10.1063/1.5007361
8. Myrhorod, V., Hvozdeva, I., & Demirov, V. (2018). Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. Proceedings of the *AMiTaNS'18: AIP Conference*. Vol. 2025. (Bulgaria, Albena, June 20–25, 2018), Melville, New York: American Institute of Physics, pp. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod, V., Hvozdeva, I., & Derenh, Y. (2019). Two-Dimensional Trend Analysis of Time Series of Complex Technical Objects Diagnostic Parameters. Proceedings of the *AMiTaNS'19*:*11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences*. Vol. 2164, №1. (Bulgaria, Albena, June 20–25, 2019), Melville, New York: American Institute of Physics, pp. 040011-1–040011-12, DOI: 10.1063/1.5130815

10. Veretenikova, I.V., & Lemeshko, Б. (2016). Criteria of Test against Absence of Trend in Dispersion Characteristics. Proceedings of the *IFOST 2016*: *The 11th International Forum on Strategic Technology*. (Russia, Novosibirsk, June 1-3, 2016), Novosibirsk: Novosibirsk State Technical University, pp. 333–337.
11. Korn, G. A., & Korn, T. M. (2000). Mathematical Handbook. Mineola, New York.
12. Wald, A., & Wolfowitz, J. (1946). An Exact Test for Randomness in the Non-Parametric Case Based on Serial Correlation. *AMS*. **14**, 378–388.
13. Bartels, R. (1982). The Rank Version of von Neumann's Ratio Test for Randomness. *Journal of the American Statistical Association*. **77**, 377, 40–46.
14. Himmelblau, D. M. (1970). Process Analysis by Statistical Methods. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Миргород Владимир Федорович – д.т.н., доцент, профессор кафедры автоматизации судовых энергетических установок Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

Гвоздева Ирина Маратовна – д.т.н., профессор, профессор кафедры электрооборудования и автоматики судов Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: onopchenko.im@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.

10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-1.17