

УДК 536.212.2

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.Й. НАКОНЕЧНИЙ, Л.В. ГОШКО,
Б.Й. БАНДИРСЬКИЙ
Національний університет "Львівська політехніка"

ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СУЦІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ КУЛІ ЗА КОРОТКОЧАСНОГО ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ

Запропоновано фізико-математичну модель визначення температури у кульовому електропровідному клапані за короткочасного індукційного нагріву. За вихідну систему рівнянь даної моделі, яка складається з двох етапів, вибрано співвідношення електродинаміки Максвелла і нестационарної теплопровідності. На основі таких співвідношень сформульовано центрально-симетричні задачі електродинаміки і теплопровідності для суцільної електропровідної кулі. Матеріал кулі однорідний ізотропний і неферромагнітний. Його фізичні характеристики приймаються сталими і рівними їх середнім значенням в розглянутих діапазонах зміни температури.

На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначається вектор напруженості магнітного поля та тепло Джоуля, що виникає в електропровідній кулі внаслідок її короткочасного індукційного нагріву вихровими струмами.

На другому етапі з рівняння теплопровідності, в якому джерелом тепла є тепло Джоуля, знаходимо розподіл температури у суцільній кулі. За визначальні функції вибрано азимутальну компоненту вектора напруженості магнітного поля і температуру.

Для побудови розв'язків сформульованих початково-крайових задач електродинаміки і теплопровідності використано поліноміальну апроксимацію визначальних функцій по радіальній змінній. Апроксимаційні поліноми вибрано таким чином, щоб врахувати задані граничні умови на визначальні функції, як на поверхні кулі, так і в її центрі. Це дало змогу звести вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції до відповідних задач Коші на інтегральні по радіальній змінній характеристики цих функцій. Отримано загальні розв'язки задач Коші за однорідної нестационарної електромагнітної дії.

Дію вихрових струмів в неусталеному режимі математично моделюємо електромагнітною дією в режимі з імпульсним модульним сигналом. Дана дія задається значеннями азимутальної компоненти вектора напруженості магнітного поля на поверхні кулі.

Чисельно проаналізовано зміну в часі тепла Джоуля і температури у кулі залежно від амплітудно-частотних характеристик розглянутої неусталеної електромагнітної дії та часу її тривалості.

Ключові слова: температура, суцільна електропровідна куля, індукційний нагрів, неусталений режим.

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.И. НАКОНЕЧНИЙ, Л.В. ГОШКО,
Б.И. БАНДЫРСКИЙ
Национальный университет "Львовская политехника"

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СПЛОШНОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ШАРА ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Предложена физико-математическая модель определения температуры в шаровом электропроводном клапане при кратковременном индукционном нагреве. В качестве исходной системы уравнений данной модели, которая состоит из двух этапов, выбраны соотношения электродинамики Максвелла и нестационарной теплопроводности. На основе таких соотношений сформулированы центрально-симметричные задачи электродинамики и теплопроводности для сплошного электропроводного шара. Материал шара однородный изотропный и неферромагнитный. Его физические характеристики принимаются постоянными и равными их средним значениям в рассматриваемых диапазонах изменения температуры.

На первом этапе из соотношений Максвелла определяется вектор напряженности магнитного поля и тепло Джоуля, которое возникает в электропроводном шаре вследствие его кратковременного индукционного нагрева вихревыми токами.

На втором этапе из уравнения теплопроводности, в котором источником тепла является тепло Джоуля, находим распределение температуры в сплошном шаре. В качестве определяющих функций выбраны азимутальная компонента вектора напряженности магнитного поля и температура.

Для построения решений сформулированных начально-краевых задач электродинамики и теплопроводности использована полиномиальная аппроксимация определяющих функций по радиальной переменной. Аппроксимирующие полиномы выбраны таким образом, чтобы учесть заданные граничные условия на определяющие функции, как на поверхности шара, так и в его центре. Это дало возможность свести исходные начально-краевые задачи на определяющие функции к соответствующим задачам Коши на интегральные по радиальной переменной характеристики этих функций. Получены общие решения задач Коши при однородном нестационарном электромагнитном воздействии.

Действие вихревых токов в неустановившемся режиме математически моделируем электромагнитным воздействием в режиме с импульсным модулирующим сигналом. Данное воздействие задается значениями азимутальной компоненты вектора напряженности магнитного поля на поверхности шара.

Численно проанализированы изменение во времени тепла Джоуля и температуры в шаре в зависимости от амплитудно-частотных характеристик рассматриваемого неустановившегося электромагнитного воздействия и времени его продолжительности.

Ключевые слова: температура, сплошной электропроводный шар, индукционный нагрев, неустановившийся режим.

**R.S. MUSII, N.B. MELNYK, A.J. NAKONECHNYI, L.V. GOSHKO,
B.Y. BANDYRSKYI**
Lviv Polytechnic National University

DETERMINATION AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD OF A CONTINUOUS ELECTRICALLY CONDUCTIVE BALL WITH SHORT-TERM INDUCTION HEATING

A physico-mathematical model for determining the temperature in a ball valve with short-term induction heating is proposed. The ratio of Maxwell's electrodynamics and nonstationary thermal conductivity is chosen for the initial system of equations of this model, which consists of two stages. On the basis of such relations the centrally symmetric problems of electrodynamics and thermal conductivity for a continuous electrically conductive sphere are formulated. The material of the sphere is homogeneous, isotropic and non-ferromagnetic. Its physical characteristics are assumed to be constant and equal to their average value in the considered ranges of temperature change.

At the first stage, Maxwell's relations determine the vector of magnetic field strength and Joule heat that arises in an electrically conductive sphere due to its short-term induction heating by eddy currents.

At the second stage of the heat equation, in which the heat source is the Joule heat, we find the temperature distribution in a solid sphere. The azimuthal component of the magnetic field vector and the temperature are chosen as the determining functions.

To construct solutions of the formulated initial-boundary value problems of electrodynamics and thermal conductivity, a polynomial approximation of defining functions over a radial variable is used. The approximation polynomials are chosen so as to take into account the given boundary conditions for the defining functions, both on the surface of the sphere and in its center. This made it possible to reduce the initial-boundary value problems to the defining functions to the corresponding Cauchy problems to the radially variable characteristics of these functions. General solutions of Cauchy problems with homogeneous nonstationary electromagnetic action are obtained.

The action of eddy currents in the unstable mode is mathematically modeled by the electromagnetic action in the mode with a pulse modular signal. This action is given by the values of the azimuthal component of the magnetic field strength vector on the surface of the sphere.

The change in Joule heat in time and temperature in the sphere depending on the amplitude-frequency characteristics of the considered unstable electromagnetic action in the mode with a pulse modular signal and the time of its duration is numerically analyzed.

Keywords: temperature, continuous electrically conductive ball, induction heating, unstable mode.

Постановка проблеми

Електропровідні суцільні кулі є елементами багатьох технічних конструкцій, які працюють за умов дії зовнішніх електромагнітних полів (ЕМП). Вони також часто використовуються в якості клапанів відповідних насосних систем. Для надійної експлуатації таких систем важливим є чітке збереження діаметру кулі як основного елемента клапана. Це забезпечується технологічним процесом виготовлення кулі з використанням попереднього індукційного нагріву кулі до відповідної температури і подальшого швидкого її охолодження. Такий процес гартування кулі дає можливість змінити фізичну структуру матеріалу кулі, яким, як правило, є легована термостійка нержавіюча сталь.

Для прогнозування температурних режимів експлуатації кульових клапанів необхідно дослідити температурне поле електропровідної суцільної кулі за її технологічної обробки з використанням короткочасного індукційного нагріву.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У процесі технологічної обробки кульових клапанів використовують короткочасний індукційний нагрів, що здійснюється генераторами високочастотних електромагнітних коливань [1]. Математичне моделювання ЕМП у електропровідних тілах розглянуто в роботі [2], питання індукційного нагріву усталеними ЕМП викладено в [3], а неусталеними ЕМП, що мають характер імпульсних ЕМП з модуляцією амплітуди, - в [4]. Однак недостатньо вивчено температурні режими електропровідних елементів конструкцій за короткочасного індукційного нагріву неусталеними ЕМП, що є важливим у технологіях індукційної термообробки таких елементів.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова математичної моделі визначення температурного поля електропровідної суцільної кулі за її короткочасного індукційного нагріву неусталеним ЕМП та дослідження температурних режимів розглядуваної кулі залежно від амплітудно-частотних характеристик електромагнітної дії та часу її тривалості.

Викладення основного матеріалу дослідження

Центрально-симетричні задачі електродинаміки і теплопровідності для суцільної електропровідної кулі

Розглянемо електропровідну пружну кулю радіуса $r = R$, віднесена до сферичної системи координат (r, θ, φ) , початок якої співпадає з центром кулі. Матеріал кулі однорідний ізотропний і неферромагнітний, а його фізичні характеристики приймаються сталими і рівними їх середнім значенням в розглянутих діапазонах зміни температури. Поверхня кулі теплоізолювана або знаходиться в умовах конвективного теплообміну з довкіллям.

Куля зазнає дії нестационарного ЕМП, заданого на її поверхні $r = R$ значеннями азимутальної компоненти H_φ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; H_\varphi(r, t); 0\}$

$$H_\varphi(R, t) = H_{0\varphi}(t). \quad (1)$$

Тут $H_{0\varphi}(t)$ – відома функція, яка описує зміну в часі t азимутальної компоненти вектора \vec{H} на поверхні кулі. У центрі кулі $r = 0$ функції H_φ і $E_\theta = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right)$

задовольняють умови центральної симетрії електромагнітного поля ($H_\varphi(0,t)=0$, $E_\varphi(0,t)=0$). Звідси отримуємо для функції H_φ в центрі кулі такі граничні умови

$$H_\varphi(0,t)=0, \quad \frac{\partial H_\varphi(0,t)}{\partial r}=0. \quad (2)$$

Функцію $H_\varphi(r,t)$ знаходимо з рівняння

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \sigma\mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

за нульової в момент часу $t=0$ початкової умови

$$H_\varphi(r,0)=0 \quad (4)$$

та крайових умов (1) на поверхні кулі і умов (2) – в її центрі. Тут σ - коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникність матеріалу кулі.

Питому густину тепла Джоуля $Q(r,t)$ через відому функцію $H_\varphi(r,t)$ записуємо виразом

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right)^2. \quad (5)$$

На другому етапі з рівняння теплопровідності, в якому джерелом тепла є тепло Джоуля Q , знаходимо розподіл температури T у суцільній кулі.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{Q}{\lambda}. \quad (6)$$

Тут κ , λ - коефіцієнти температуро- і теплопровідності матеріалу кулі.

Гранична умова на поверхні кулі $r=R$ за її теплоізоляції має вигляд

$$\frac{\partial T(R,t)}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

а в її центрі $r=0$ граничні умови задовольняють умови центральної симетрії

$$T(0,t)=0, \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial r}=0. \quad (8)$$

Початкова умова в момент часу $t=0$ буде

$$T(r,0)=0. \quad (9)$$

Зауважимо, що рівняння (1) може бути розв'язане і за інших теплових умов на поверхні кулі.

Методика побудови розв'язків центрально-симетричних початково-крайових задач

Для побудови розв'язків сформульованих вище центрально-симетричних початково-крайових задач, які описують електромагнітне та температурне поля у суцільній електропровідній кулі ключові функції $\Phi(r, t) = \{H_z, T\}$ будемо шукати у вигляді

$$\Phi(r, t) = \sum_{i=1}^4 a_{i-1}^{\Phi}(t) r^{i-1}. \quad (10)$$

Коефіцієнти апроксимаційних поліномів (10) визначаємо через задані граничні значення функцій $\Phi(r, t)$ на поверхні кулі $r = R$ та інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$

$$\Phi_s(t) = \frac{s+1}{R^{s+1}} \int_0^R \Phi(r, t) r^{s+1} dr, \quad s = 1, 2 \quad (11)$$

цих функцій. В результаті отримуємо наступні подання:

– азимутальної компоненти $H_{\varphi}(r_*, t)$ вектора \vec{H}

$$H_{\varphi}(r_*, t) = H_{\varphi 1}(t)(630r_*^2 - 1470r_*^3 + 840r_*^4) + H_{\varphi 2}(t)(-840r_*^2 + 2016r_*^3 - 1176r_*^4) + H_{\varphi 0}(t)(15r_*^2 - 42r_*^3 + 28r_*^4); \quad (12)$$

– температури $T(r_*, t)$ за умов теплоізоляції поверхні кулі

$$T(r_*, t) = T_1(t)(16 - 60r_*^2 + 40r_*^3) + T_2(t)(-21 + 90r_*^2 - 60r_*^3). \quad (13)$$

Тут $r_* = r/R$ – безрозмірна радіальна координата.

Для отримання рівнянь на інтегральні за радіальною координатою характеристики $\Phi_s(t)$ шуканих функцій $\Phi(r, t)$, рівняння (3) і (6) інтегруємо за радіальною змінною відповідно до формули (11), використовуючи при перетвореннях подання (12), (13). Після перетворень отримуємо наступні системи рівнянь для визначення інтегральних характеристик $H_{\varphi s}(t)$ і $T_s(t)$ функцій $H_{\varphi}(r_*, t)$ і $T(r_*, t)$

$$\begin{cases} \frac{dH_{\varphi 1}(t)}{dt} - d_1 H_{\varphi 1}(t) - d_2 H_{\varphi 2}(t) = d_3 H_{\varphi 0}(t), \\ \frac{dH_{\varphi 2}(t)}{dt} - d_4 H_{\varphi 1}(t) - d_5 H_{\varphi 2}(t) = d_6 H_{\varphi 0}(t), \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} + d_1^T T_1 + d_2^T T_2 = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_* dr_*, \\ \frac{dT_2}{dt} + d_3^T T_1 + d_4^T T_2 = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_*^2 dr_*. \end{cases} \quad (15)$$

Системи рівнянь (14), (15) розв'язуємо за нульових початкових умов на інтегральні характеристики $H_{\varphi s}(t)$ і $T_s(t)$ згідно умов (4), (9).

Тут коефіцієнти $d_{1\pm 6}$, $d_{1\pm 4}^T$ визначаємо через радіус R кулі та фізичні характеристики її матеріалу. Розв'язки задач Коші (14), (15) знаходимо з використанням інтегрального перетворення Лапласа за часом і записуємо у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки.

Отримано вирази азимутальної компоненти $H_\varphi(r_*, t)$ вектора \vec{H}

$$H_\varphi(r_*, t) = \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{s=1}^2 a_{is} \int_0^t A_s(k) H_{0\varphi}(\tau) e^{p_k(t-\tau)} d\tau + a_{i3} H_{0\varphi}(t) \right\} r_*^i, \quad (16)$$

і температури

$$T(r_*, t) = \sum_{k=0}^2 \sum_{s=1}^2 \left(b_{ks} \int_0^t [B_{s1}(m) W_1^Q(\tau) + B_{s2}(m) W_2^Q(\tau)] e^{p_m(t-\tau)} d\tau \right) r_*^k. \quad (17)$$

Тут $W_s^Q(t) = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_*^s dr_*$, ($s = 1, 2$); a_{is} , $A_s(k)$, b_{ks} , $B_{sj}(m)$, ($s, j = 1, 2$) – вирази, які залежать від радіуса кулі і коренів p_k , p_m відповідних характеристичних рівнянь, що відповідають розв'язкам задач Коші (14), (15) для визначення функцій $H_\varphi^{(n)}$ і $T^{(n)}$.

Числовий аналіз температурного поля суцільної кулі

Приведемо результати числових досліджень тепла Джоуля Q і температури T у суцільній неферромагнітній кулі радіуса $R = 0,01$ м, виготовленій з нержавіючої сталі Х18Н9Т. Короткочасний індукційний нагрів кулі здійснювався в неусталеному режимі зміни в часі ЕМП, створюваного генератором високочастотних електромагнітних коливань з несучою частотою ω [1]. Таку електромагнітну дію математично описали виразом функції $H_{0\varphi}(t)$, яка характеризує зміну в часі азимутальної компоненти $H_\varphi(r, t)$ вектора \vec{H} на поверхні $r = R$ кулі, у вигляді

$$H_{0\varphi}(t) = k H_0 (\exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)) \cos \omega t.$$

Тут H_0 - амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань частоти ω ; β_1 , β_2 - параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання імпульсного сигналу $\varphi(t) = \exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)$, що модулює несучі електромагнітні коливання. Час тривалості розглядуваної електромагнітної дії t_i приймався рівним $t_i = 10^{-4}$ с; $t_i = 10^{-2}$ с; $t_i = 1$ с; $t_i = 10$ с; $t_i = 100$ с.

Для наочної інтерпретації на рис. 1, 2 показано зміну в часі величин Q , T за частоти несучого сигналу $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с (поза околom резонансних частот $\omega_{рез, k}$, де k - порядок резонансної частоти) для тривалості електромагнітної дії $t_i = 10^{-4}$ с. За такої тривалості відбувається 10 періодів $f = 2\pi/\omega$ електромагнітних коливань даної частоти.

Лінії 1, 2 на цих рисунках відповідають значенням радіальної координати $r = R$ і $0,5R$. Отримано, що тепло Джоуля Q і температура T досягають своїх максимальних значень на поверхні кулі $r = R$ відповідно в моменти часу $t \approx 0,1t_i$ і $t \approx 0,5t_i$.

Встановлено, що характер розподілу цих фізичних величин близький до приповерхневого.

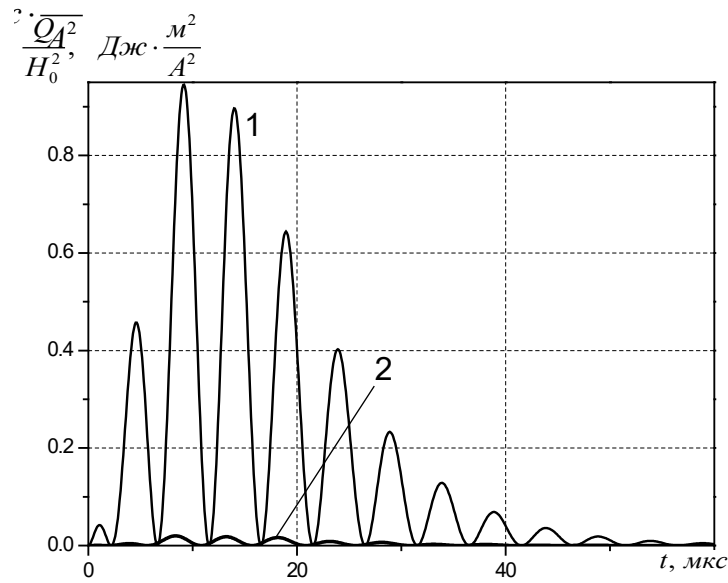


Рис. 1. Зміна в часі тепла Джоуля в суцільній кулі при $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с

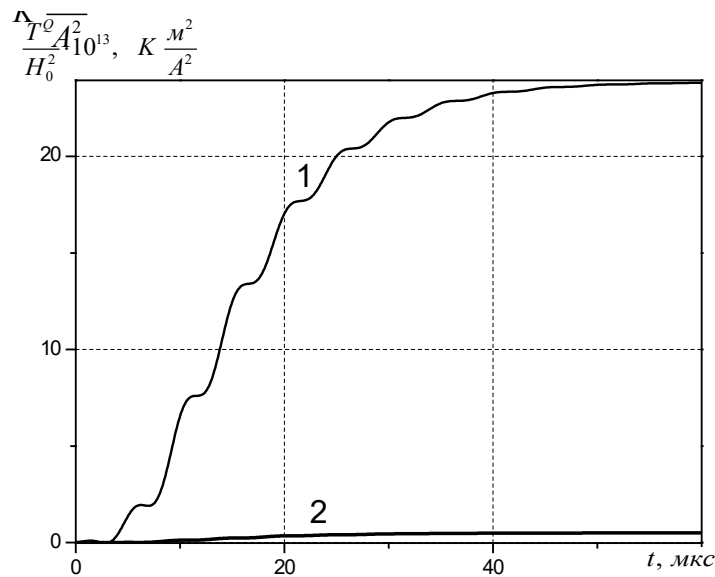


Рис. 2. Зміна в часі температури T в суцільній кулі при $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с

На рис. 3, 4 зображено зміну в часі тепла Джоуля Q і температури T за індукційного нагріву з частотою, рівною першій резонансній частоті ЕМП [3, 4] $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с для розглядуваної кулі. За такої частоти при $t_i = 10^{-4}$ с відбувається 20 періодів електромагнітних коливань.

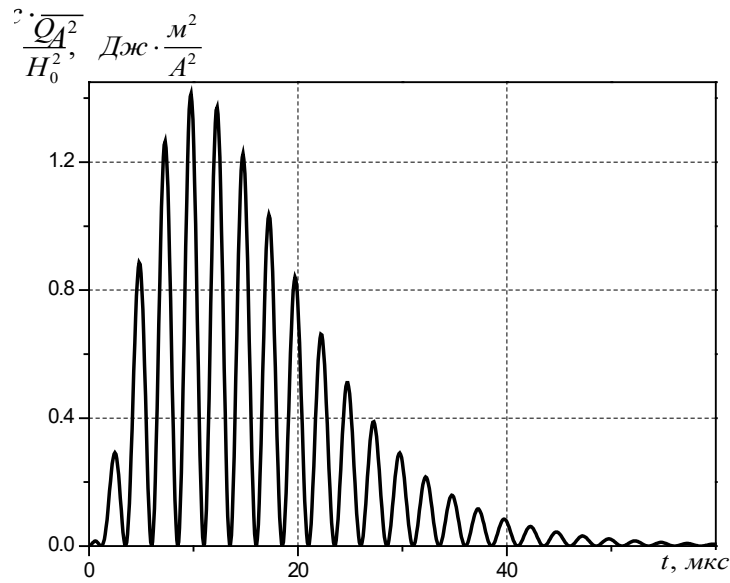


Рис. 3. Зміна в часі тепла Джоуля в суцільній кулі при $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с

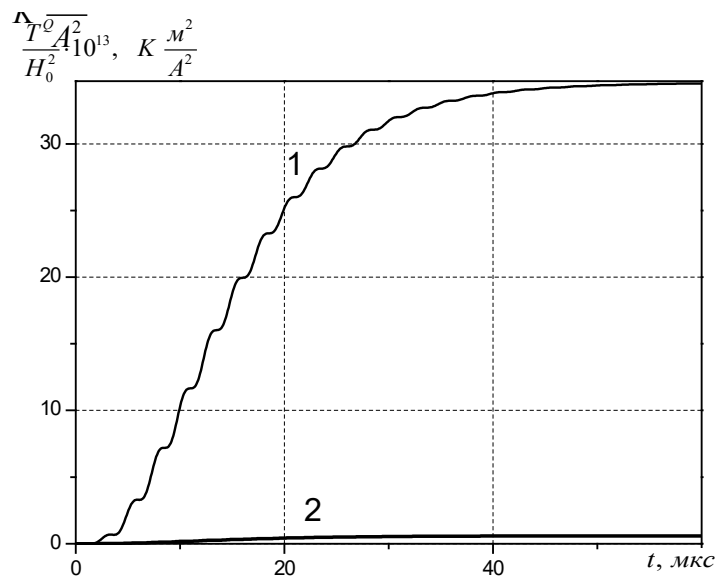


Рис. 4. Зміна в часі температури T в суцільній кулі при $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с

Оскільки у технологічному процесі індукційного нагріву переважно використовують більші тривалості електромагнітної дії, то для таких тривалостей максимальні значення температури нагріву T_{max} за різних значень величини H_0 і частот $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с і $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

t_i, c	$H_0, A/m$	T_{max}, K	
		$\omega = 6,28 \cdot 10^5 1/c$	$\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6 1/c$
1	10^2	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$
	10^3	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$3.5 \cdot 10^{-2}$
	10^4	2.5	3.5
	10^5	250	350
10	10^2	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$3.5 \cdot 10^{-3}$
	10^3	$2.5 \cdot 10^{-1}$	$3.5 \cdot 10^{-1}$
	10^4	25	35
	10^5	2500	3500
100	10^2	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$3.5 \cdot 10^{-2}$
	10^3	2.5	3.5
	10^4	250	350
	10^5	2500	3500

Висновки

За короткочасного індукційного нагріву суцільної електропровідної кулі максимальні значення температури T_{max} досягаються на її поверхні. Розподіл температури по радіальній змінній має характер, близький до приповерхневого. За вибраної тривалості електромагнітної дії температура кулі з ростом величини напруженості магнітного поля H_0 (амплітуди електромагнітних коливань), зростає за квадратичним законом. При величинах $H_0 \geq 10^4 A/m$ значення T_{max} можуть досягати величини, що близька до температури плавлення матеріалу кулі.

Отримані закономірності зміни T_{max} залежно від амплітудно-частотних характеристик індукційного нагріву в неусталеному режимі можуть бути теоретичною базою для прогнозування раціональних режимів технології індукційної термообробки кульових електропровідних клапанів.

Список використаної літератури

1. Слухоцкий А.Е., Немков В.С., Павлов Н.А., Бамунер А.В. Установки индукционного нагрева. Ленинград: Энергоиздат, 1981. 325 с.
2. Сухоруков В.В. Математическое моделирование электромагнитных полей в проводящих телах. Москва: Энергия, 1975. 150 с.
3. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. Термоупругость электропроводных тел. Киев: Наукова думка, 1977. 248 с.
4. Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Тарлаковський Д.В. Термомеханіка неферромагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. Львів: «СПОЛОМ», 2011. 216 с.
5. Nachkevych O., Musij R. Mathematical modeling in thermomechanics of electroconductive bodies under the action of the pulsed electromagnetic fields with modulation of amplitude. *Mathematical Modeling and Computing*. 2019. 6(1), P.30–36.

References

1. Sluhotskiy, A.E., Nemkov, V.S., Pavlov, N.A., & Bamuner, A.V. (1981). *Ustanovki induktsionnogo nagreva*. Leningrad: Energoizdat.
2. Suhorukov, V.V. (1975). *Matematicheskoe modelirovanie elektromagnitnykh poley v provodyaschikh telakh*. Moskva: Energiya.
3. Podstrigach, Ya.S., Burak, Ya.I., Gachkevich, A.R., & Chernyavskaya, L.V. (1977). *Termouprugost elektroprovodnykh tel*. Kiev: Naukova dumka.
4. Gachkevich, O.R., Musly, R.S., & Tarlakovskiy, D.V. (2011). *Termomehanika neferomagnitnykh elektroprovodnykh til za dlyi impulsnykh elektromagnitnykh poliv z modulyatsieyu amplitudi*. Lviv: «SPOLOM».
5. Hachkevych, O., & Musij, R. (2019). Mathematical modeling in thermomechanics of electroconductive bodies under the action of the pulsed electromagnetic fields with modulation of amplitude. *Mathematical Modeling and Computing*. **6** (1), 30–36.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-7169-2206.

Мельник Наталія Богданівна - к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395.

Наконечний Адріан Йосифович - д.т.н., професор, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем автоматики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: adrian.y.nakonechnyi@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-1873-6337.

Гошко Любомир Васильович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: liubomyr.v.hoshko@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-3941-8995.

Бандирський Богдан Йосипович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: bohdan.y.bandyrskiy@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-0042-8539.