

УДК [519.711+536:621.923]

А.В. УСОВ, Ю.Е. СИКИРАШ

Одесский национальный политехнический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ИЗДЕЛИЙ ИЗ СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Рассматриваются термомеханические процессы, сопровождающие обработку изделий из структурно неоднородных материалов. Наличие в поверхностном слое обрабатываемых изделий концентраторов напряжений в виде различного рода неоднородностей наследственного происхождения, привнесенных в процессе получения заготовки и последующих видов механической обработки являются основными показателями несущей способности рабочих поверхностей. Отсутствие исследований влияния неоднородностей, сформированных в поверхностном слое изделий в процессе механической обработки, на их функциональные свойства и, в частности, на несущую способность или износостойкость, определяет актуальность построения математической модели дефектообразования при физико-технической обработке элементов конструкций с использованием критериев механики разрушения. Разработана численно-аналитическая модель для определения термомеханического состояния структурно неоднородных материалов, которые содержат неоднородности типа межфазных трещин, включений при механической обработке. На основании этой модели определены функциональные связи критерия трещиностойкости с управляющими технологическими параметрами для обеспечения качественных характеристик обрабатываемых поверхностей изделий. Разработанная модель позволяет учитывать влияние неоднородностей технологического происхождения (начиная с заготовки и заканчивая готовым изделием), которые возникают в поверхностном слое во время изготовления элементов конструкций, на его разрушение.

Решение сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши позволяет определить интенсивность напряжений в окрестности вершин структурных дефектов, которые формируются в поверхностном слое изделий при их механической обработке, и, сравнивая ее с критерием трещиностойкости для материала конструктивного элемента, можно определить состояние поверхностного слоя. В случае нарушения этого критерия дефект развивается в магистральную трещину. Моделирование термомеханических процессов при механической обработке элементов конструкций позволяет получить критериальное соотношение условия уравновешенного состояния дефектов, которые возникают в поверхностном слое изделий в зависимости от технологических параметров.

Ключевые слова: моделирование, структурно неоднородные материалы, механическая обработка, термомеханические процессы, дефектообразование, критерий.

А.В. УСОВ, Ю.Є. СІКІРАШ

Одеський національний політехнічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ МЕХАНІЧНІЙ ОБРОБЦІ ВИРОБІВ ІЗ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ

Розглядаються термомеханічні явища, що супроводжують обробку виробів із структурно неоднорідних матеріалів. Наявність у поверхневому шарі оброблюваних

виробів концентраторів напружень у вигляді різного роду неоднорідностей спадкового походження, привнесених у процесі отримання заготовки і наступних видів механічної обробки є основними показниками несучої здатності робочих поверхонь. Відсутність досліджень впливу неоднорідностей, сформованих в поверхневому шарі виробів у процесі механічної обробки, на їхні функціональні властивості та, зокрема, на несучу здатність або зносостійкість, визначає актуальність побудови математичної моделі дефектоутворення при фізико-технічній обробці елементів конструкцій з використанням критеріїв механіки руйнування. Розроблено чисельно-аналітичну модель для визначення термомеханічного стану структурно неоднорідних матеріалів, які містять неоднорідності типу міжфазних тріщин, включень при механічній обробці. На основі цієї моделі визначено функціональні зв'язки критерію тріщиностійкості з керуючими технологічними параметрами для забезпечення якісних характеристик оброблюваних поверхонь виробів. Розроблена модель дозволяє враховувати вплив неоднорідностей технологічного походження (починаючи із заготовки і закінчуючи готовим виробом), які виникають у поверхневому шарі під час виготовлення елементів конструкцій, на його руйнування.

Розв'язок сингулярного інтегрального рівняння з ядром Коші дозволяє визначити інтенсивність напружень в околі вершин структурних дефектів, що формуються у поверхневому шарі виробів при їх механічній обробці, і, порівнюючи її з критерієм тріщиностійкості для матеріалу конструктивного елемента, можна визначити стан поверхневого шару. У разі порушення цього критерію дефект розвивається у магістральну тріщину.

Моделювання термомеханічних процесів при механічній обробці елементів конструкцій дозволяє одержати критеріальне співвідношення умови зрівноваженого стану дефектів, що виникають у поверхневому шарі виробів залежно від технологічних параметрів.

Ключові слова: моделювання, структурно неоднорідні матеріали, механічна обробка, термомеханічні процеси, дефектоутворення, критерій.

A.V. USOV, Yu.Ye. SIKIRASH
Odessa National Polytechnic University

MODELING OF THERMOPHYSICAL PROCESSES AT THE MECHANICAL PROCESSING OF PRODUCTS FROM STRUCTURALLY INHOMOGENEOUS MATERIALS

Thermomechanical processes accompanying the processing of products from structurally inhomogeneous materials are considered. The presence in the surface layer of processed products of stress concentrators in the form of various kinds of inhomogeneities of hereditary origin introduced during process receipt of workpiece and subsequent types of mechanical processing are the main indicators of the bearing capacity. The lack of studies on the influence of inhomogeneities formed in the surface layer of products during process of the mechanical processing on their functional properties and, in particular, on the bearing capacity or wear resistance determines the relevance of constructing a mathematical model of defect formation during physicotchnical processing of structural elements using the criteria of fracture mechanics. A numerical-analytical model has been developed to determine the thermomechanical state of structurally inhomogeneous materials that contain inhomogeneities such as interfacial cracks and inclusions during machining. Based on this model, the functional relationships of the crack resistance criterion with controlling technological parameters are determined to ensure the qualitative characteristics of the

processed surfaces of the products. The developed model makes it possible to take into account the influence of inhomogeneities of technological origin (from the workpiece to the finished product) that occur in the surface layer during the manufacture of structural elements on its destruction.

The solution of the singular integral equation with the Cauchy kernel allows one to determine the stress intensity in the vicinity of the vertices of structural defects that form in the surface layer of products during their mechanical processing, and by comparing it with the crack resistance criterion for the material of a structural element, one can determine the state of the surface layer. In case of violation of this criterion, the defect develops into a main crack. Modeling of thermomechanical processes during the mechanical treatment of structural elements allows us to obtain a criteria ratio for the condition of the balanced state of defects that arise in the surface layer of products depending on technological parameters.

Keywords: modeling, structurally inhomogeneous materials, mechanical processing, thermomechanical processes, defect formation, criterion.

Постановка проблемы

Качество поверхностного слоя элементов конструкций при их изготовлении формируется под действием термомеханических явлений, сопровождающих механическую обработку [1–2]. Наличие в нем концентраторов напряжений в виде различного рода неоднородностей наследственного происхождения, привнесенных в процессе получения заготовки и последующих видов механической обработки являются основными показателями несущей способности рабочих поверхностей. Формирование дефектов технологического происхождения происходит из-за теплонапряженности при обработке элементов конструкций [3]. На основании моделей температурных полей, полей напряжений и механики разрушения изучаются закономерности образования дефектов типа структурных изменений, микротрещин и технологические возможности их устранения в зависимости от теплофизических свойств обрабатываемых материалов, режимов обработки, конструкции и характеристик применяемых инструментов [3–4]. Задачу о концентрации напряжения у дефектов решают с помощью механики материалов, которая при расчетах на несущую способность элементов конструкций учитывает микронеоднородности и дефектность их материалов. Учет дефектности, позволяет более адекватно представить механизм потери функциональных свойств изделий при их механической обработке.

Анализ последних исследований и публикаций

Имеющиеся в настоящее время модели термомеханических процессов обработки получены в предположении однородности материалов элементов конструкций и не учитывают наличие дефектов технологической наследственности изделий [5]. Имеются исследования влияния структурных превращений в сталях при их механической обработке на образование трещин, согласно которым наличие большого количества аустенита в подповерхностном слое деталей приводит к образованию растягивающих напряжений, которые реализуются в виде хрупких трещин [6–7]. Структурные превращения не могут быть «самостоятельной» причиной возникновения трещин, так как структурные напряжения, достигающие разрушающих значений, формируются на протяжении значительного промежутка времени. В некоторых случаях физико-техническая обработка элементов конструкций характеризуется кратковременностью, большими скоростями нагрева и охлаждения, при которых структурные изменения незначительны, а термомеханические напряжения достигают предельных значений [8]. Разработаны модели напряженно-деформированного состояния деталей с покрытиями, которые учитывают кусочную неоднородность изделий с покрытием [9–10]. Однако

отсутствие исследований влияния неоднородностей, сформированных в поверхностном слое изделий в процессе механической обработки на их функциональные свойства и, в частности, на несущую способность или износостойкость определяет актуальность построения математической модели дефектообразования при физико-технической обработке элементов конструкций с использованием критериев механики разрушения. Результаты моделирования позволяют эффективно оценить влияние структурных неоднородностей, сформированных при механической обработке в рабочих поверхностях изделий на потерю требуемых свойств.

Цель исследования

Разработать численно-аналитическую модель для определения термомеханического состояния структурно неоднородных материалов, которые содержат неоднородности типа межфазных трещин, включений при механической обработке. На основании этой модели определить функциональные связи критерия трещиностойкости с управляющими технологическими параметрами для обеспечения качественных характеристик обрабатываемых поверхностей изделий.

Изложение основного материала исследования

Разработка математических моделей, описывающих термомеханические процессы в поверхностном слое элементов конструкций при их изготовлении из материалов и сплавов с учетом их неоднородностей, влияющих на формирование дефектов типа трещин, позволяет определить критерии их равновесного состояния при эксплуатации таких элементов с учетом выполнения ими функционального назначения.

При выборе и обосновании математической модели учитывается, что процесс изготовления деталей сопровождается как тепловыми, так и механическими явлениями. Однако превалирующее воздействие на напряженно-деформированное состояние поверхностного слоя оказывают температурные поля. Учитывая то, что основная масса поверхностного слоя металла при физико-технической обработке находится в упругом состоянии, можно воспользоваться моделью термоупругого тела, отражающей взаимосвязь механических и тепловых явлений при конечных значениях тепловых потоков. Для исследований термомеханического состояния рабочих поверхностей элементов конструкций важной является информация о распространении температур и напряжений по глубине материала с учетом имеющихся в нем неоднородностей.

Для дальнейших исследований кинетики формирования термомеханических процессов в обрабатываемом материале в качестве основной теоретической предпосылки воспользуемся следующей системой дифференциальных уравнений [11–12], описывающей взаимодействие поля деформаций и поля температуры:

$$G\Delta\bar{U}_j + (\lambda_t + G) \text{grad div}\bar{U}_j - \rho \frac{\partial^2 \bar{U}_j}{\partial \tau^2} + P_j = \alpha_t \beta_t \text{grad}T, \quad (1)$$

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau} - \eta l \frac{\partial}{\partial \tau} \text{div}\bar{U}_j = -\frac{W}{\lambda} + C_q^{-2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где λ_t, G – постоянные Ламе; $\beta_t = 3\lambda_t + 2G$; ρ – плотность обрабатываемого материала; α_t – температурный коэффициент линейного расширения металла;

$a = \frac{\lambda}{C_v}$ – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности;

C_v – объемная теплоемкость; $\bar{U}(\Phi, \tau)$ – суммарный вектор перемещений внутренней

точки $\Phi(x, y, z)$ поверхностного слоя под действием термомеханических усилий, сопровождающих процесс обработки; $l = \frac{1 + \tau_r \delta}{\delta}$ (τ_r – время релаксации); $\eta = \frac{\alpha_i \beta_i T(\Phi, \tau)}{\lambda}$; W – мощность теплового источника; C_q – скорость распространения тепла в обрабатываемом материале; τ – время; P_j – силы резания;

$$\text{grad}T(x, y, z) = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k},$$

$$\text{div} \vec{U}_j = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad (j = x, y, z).$$

Так как при финишных методах обработки тепловые явления превалируют над силовыми, то можно пренебречь в уравнении теплопроводности членом, учитывающим превращение механической энергии в тепловую, и мы приходим к уравнению теплопроводности гиперболического типа. Для разрешимости в явном виде указанной системы (1)–(2) будем пренебрегать влиянием инерционных членов и ограниченностью скорости распространения тепла. Более того, для преодоления аналитических трудностей, связанных с решением пространственных задач термоупругости, будем рассматривать плоскую задачу. Этот переход оправдан тем, что для исследования термомеханического состояния обрабатываемых поверхностей важной является информация о распространении температур и деформаций по глубине и в направлении движения источника.

При составлении расчетной схемы допускаем, что обрабатываемое изделие моделируется кусочно-однородной полуплоскостью, что позволяет изучать термомеханические процессы в нем в с несколькими типами покрытий толщиной Δa_k , наносимых на основную матрицу. Такая схема предопределяет тепловые и деформационные условия сопряжения слоев по границам их раздела a_k .

Влияние структурных неоднородностей, возникающих в материале как при выплавке, так и по ходу технологического процесса, будем учитывать в модели наличием в поверхностном слое включений и дефектов типа микротрещин.

Для более полного представления о роли дефектности материала в механизме снижения прочности рассмотрим следующую задачу. Допустим, в поверхностном слое покрытия рассеяны не взаимодействующие между собой поры с глубиной залегания намного меньшей, чем их протяженность, причем они находятся в пределах толщины съема материала за один проход. Пусть в зоне контакта S инструмента с деталью содержится дефект типа воздушной поры, длина которого равна $2l$. Выберем систему координат XOY так, чтобы этот дефект располагался вдоль оси OX с центром в начале координат. Принятый выбор направления дефекта соответствует наиболее вероятному развитию этого дефекта в трещину.

Определение температурного поля на поверхности покрытия сводится к решению следующей краевой задачи [13–14]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$T = \begin{cases} T_k, & x, y \in S_k, \\ 0, & x, y \notin S_k, \end{cases} \quad (4)$$

где $T(x, y, \tau)$ – температура изделия в точке (x, y) в момент времени τ ; T_k – контактная температура на поверхности изделия, формирующаяся при механической обработке.

Методом интегральных преобразований можно получить решение поставленной задачи в виде:

$$T(x, y, \tau) = \frac{T_k}{4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x+b_0}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{x-b_0}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right] \times \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y+b_0}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{y-b_0}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right], \quad (5)$$

где $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) du$, a – коэффициент температуропроводности материала покрытия.

Компоненты тензора напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} выражаются через термоупругий потенциал перемещений Ψ в виде [15]:

$$\sigma_x = -2G \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = -2G \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = 2G \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial x}, \quad (6)$$

$$\Delta \Psi = (1+\nu) \alpha_t T(x, y, \tau), \quad (7)$$

где G – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона, α_t – температурный коэффициент линейного расширения.

Дифференцируя (7) по τ и учитывая (3)–(4), получим:

$$\Delta \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - (1+\nu) \alpha_t a T(x, y, \tau) \right] = 0. \quad (8)$$

Из последнего выражения видно, что функция $\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - (1+\nu) \alpha_t a T$ является гармонической по всей плоскости и, следовательно, может быть либо постоянной, либо некоторой функцией времени $g(\tau)$. Введем в рассмотрение вместо потенциала Ψ его производную:

$$\Psi' = \Psi - \int_0^\tau g(\tau) d\tau.$$

Таким образом, для потенциала Ψ имеем уравнение:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = (1+\nu) \alpha_t a T. \quad (9)$$

Интегрируя (9), получим следующее соотношение для термоупругого потенциала:

$$\Psi = (1 + \nu)\alpha_t a \int_0^{\tau} T(x, y, \tau) d\tau + \Psi_0(x, y), \quad (10)$$

где $\Psi_0(x, y)$ – потенциал перемещений, соответствующий начальной температуре.

Отсюда получаем

$$\Psi_0(x, y) = -\frac{(1 + \nu)\alpha_t T_0}{2\pi} \iint \ln\left(\frac{1}{R}\right) d\xi d\eta, \quad (11)$$

где $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$.

Подставляя в (7) выражение для $T(x, y, \tau)$ из (5) и учитывая, что вне зоны контакта инструмента с деталью $\Delta\Psi_0 = 0$, найдем:

$$\begin{aligned} \sigma_y = & -\frac{G(1 + \nu)\alpha_t T_k}{4\sqrt{\pi}} \left\{ 4\sqrt{\pi}\delta(x, y) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y + \sqrt{\frac{Dh}{4}}}{x + b} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{\frac{Dh}{4}} - y}{x - b} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{\frac{Dh}{4}} - y}{x + b} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{\frac{Dh}{4}} + y}{x - b} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \int_0^{\tau_k} \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \left[(x + b)e^{-\frac{(x+b)^2}{4a\tau}} + (x - b)e^{-\frac{(x-b)^2}{4a\tau}} \right] \times \left[\operatorname{erf} \left(\frac{y + \sqrt{\frac{Dh}{4}}}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\frac{Dh}{4}} - y}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right] d\tau \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где $\delta(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in S_k \\ 0, & (x, y) \notin S_k \end{cases}$.

Так как коэффициент интенсивности напряжений для изолированного дефекта определяется сингулярным интегральным уравнением с ядром Коши [16]:

$$K_1 = -\frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l \sigma_y(x, 0, \tau) \sqrt{\frac{l+x}{l-x}} dx,$$

то, используя (12), получим

$$\begin{aligned} K_1 = & \frac{GT_k(1 + \nu)\alpha_t}{\sqrt{\pi l}} \left\{ \pi l + \frac{2}{\pi} \int_{-l}^l \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{Dh}}{2(\xi + b)} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{Dh}}{2(b - \xi)} \right) \right] \sqrt{\frac{l + \xi}{l - \xi}} d\xi - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-l}^l \int_0^{\tau_k} \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \left[(\xi + b)e^{-\frac{(\xi+b)^2}{4a\tau}} + (b - \xi)e^{-\frac{(b-\xi)^2}{4a\tau}} \right] \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Dh}}{4\sqrt{a\tau}} \right) \sqrt{\frac{l + \xi}{l - \xi}} d\tau d\xi \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

В случае, когда коэффициент интенсивности напряжений по величине приближается к локальному критерию разрушения K_C [17] материала обрабатываемого изделия, трещиноподобный дефект начинает развиваться в трещину. Таким образом, из последнего соотношения получаем условия равновесия дефектов длиной $2l$ в виде:

$$l_0 < \frac{K_C^2}{\pi [GT_k(1+\nu)\alpha_t]^2} \quad (14)$$

В этой формуле величина контактной температуры T_k в зоне обработки зависит от технологических параметров и свойств обрабатываемого материала, и может быть определена по формуле [18]

$$T_k = \frac{CV_{кр}}{\lambda\sqrt{Dh}V_g^2} \sqrt{\frac{\pi}{a_n}} \left[1 - e^{-\frac{V_0\sqrt{Dh}}{a\tau}} \right] \quad (15)$$

где $V_{кр}$, V_g , h – режимы обработки; D , C – параметры инструмента; λ , a_n – теплофизические характеристики обрабатываемого материала.

Адекватность построенной модели проверялась экспериментально на образцах из стали 45, на поверхность которых напылялось плазменное износостойкое покрытие на основе T_jC толщиной $\Delta = 0,4 - 0,6$ мм. Используя сканирующий электронный микроскоп было установлено, что в покрытии имеют место структурные дефекты длиной $2l = 40$ мкм. Физико-механические характеристики покрытия: $K_C = 2,0$ МПа · м^{1/2}; $\alpha_t = 8,58$ К⁻¹; $G = 168$ ГПа. Параметры механической обработки подбирались таким образом, чтобы контактная температура в зоне обработки достигала $T_k = 800^\circ\text{C}$. На поверхности сформировалась сетка трещин. Для того, чтобы структурные дефекты не развивались в магистральные трещины, то есть оставались в равновесном состоянии, при выполнении неравенства (14) необходимо подбирать режимы обработки таким образом, чтобы $T_k \leq 600^\circ\text{C}$.

Выводы

Разработанная модель позволяет учитывать влияние неоднородностей технологического происхождения (начиная с заготовки и заканчивая готовым изделием), которые возникают в поверхностном слое во время изготовления элементов конструкции на его разрушение.

Решение сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши позволяет определить интенсивность напряжений в окрестности вершин дефектов типа трещин и, сравнивая ее с критерием трещиностойкости для материала конструктивного элемента, можно определить его состояние. В случае нарушения этого критерия дефект развивается в магистральную трещину.

Интенсивность образования трещин в поверхностном слое изделий на финишных операциях во многом определяется трещиностойкостью их материалов, которая формируется в процессе получения заготовки и последующих операций на ней.

Моделирование термомеханических процессов позволяет получить критериальное соотношение условия уравновешенного состояния дефекта в зависимости от градиентов контактной температуры.

Изучен механизм формирования и развития дефектов типа трещин в функционально-градиентных материалах неоднородной структуры под воздействием термомеханических явлений, сопровождающих технологию изготовления и эксплуатацию элементов конструкций.

Список использованной литературы

1. Якимов А. В., Слободяник П. Т., Усов А. В. Теплофизика механической обработки. К.: Наукова думка, 1991. 270 с.
2. Кормилицина Е. А., Сальковский Ф. М., Усов А. В., Якимов А. В. Причины появления дефектов при шлифовании магнитотвердых сплавов. *Технология электротехнического производства*. 1982. № 4. С. 1–5.
3. Григорян Г. Д., Усов А. В., Чапля М. Э. Влияние шлифовочных дефектов на прочность деталей несущей системы. *Надежность и долговечность машин и приборов*: тезисы докладов II Всесоюзной научно-технической конференции. (г. Куйбышев, сентябрь, 14-17 сентября, 1984). Куйбышев: Ж. Тр. КПИ, 1984. С. 101–106.
4. Энштин Е. Д., Гуревич Р. И. Влияние величины зерна аустенита на механические свойства хромоникелевых конструкционных сталей. *Физика и химия обработки материалов*. 1976. №6. С. 99–103.
5. Бабей Ю. И., Бережницкий М. Ф., Романив О. Н., Крыскив А. С. Влияние механической обработки на трещиностойкость стальных деталей. *ФХММ*. 1978. № 1. С. 37–41.
6. Романив О. Н., Ткач А. Н., Крыскив А. С. Исследование обратимой отпускной хрупкости сталей методами механики разрушения. *ФХММ*. 1980. № 2. С. 41–47.
7. Бурнаков К. К., Мостальгин Г. П. Причины трещинообразования при шлифовании. *Вестник машиностроения*. 1975. № 9. С. 60–61.
8. Анельчик В. Д. Повышение эффективности шлифования деталей с молибденовым покрытием: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08 / Одесский политехнический ин-т. Одесса, 1985. 242 с.
9. Усов А. В. Смешанная задача термоупругости для кусочно-однородных тел с включениями и трещинами. *Смешанные задачи механики деформируемого тела*: тезисы докладов IV Всесоюзной конференции. (г. Одесса, сентябрь 11-14 сентября, 1996). Одесса: ОГПУ, 1996. С. 116.
10. Усов А. В. Влияние гетерогенной структуры материалов на трещиностойкость. *Технологическое обеспечение функциональных параметров качества поверхностного слоя деталей машин*. Сб. трудов БМИ, Брянск, 1987. С. 137–149.
11. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. К.: Наукова думка, 1970. 307 с.
12. Галицин А. С., Жуковский А. Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. К.: Наукова думка, 1976. 320 с.
13. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
14. Усов А. В. О некоторых интегральных уравнениях термоупругости для кусочно-однородных тел с дефектами и включениями. *Интегральные уравнения в прикладном моделировании*: тезисы докладов III Республиканской конференции. (г. Одесса, сентябрь, 11-14 сентября, 1999). Одесса: ОГПУ, 1996. С. 115–116.
15. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматгиз, 1963. 252 с.
16. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 512 с.
17. Панасюк В. В. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. К.: Наук. думка, 1984. 344 с.
18. Оборский Г. А., Дащенко А. Ф., Усов А. В., Дмитришин Д. В. Моделирование систем: монография. Одесса: Астропринт, 2013. 664 с.

References

1. Yakimov, A. V., Slobodyanik, P. T., & Usov A. V. (1991). *Teplofizika mehanicheskoy obrabotki*. K.: Naukova dumka.
2. Kormilitsina, E. A., Salkovskiy, F. M., Usov, A. V., & Yakimov, A. V. (1982). Prichinyi poyavleniya defektov pri shlifovanii magnitotverdyih splavov. *Tehnologiya elektrotehnicheskogo proizvodstva*. **4**, 1–5.
3. Grigoryan, G. D., Usov, A. V., & Chaplya, M. E. (1984) Vliyanie shlifovochnyih defektov na prochnost detaley nesuschey sistemyi. Proceedings of the *Nadezhnost i dolgovechnost mashin i priborov: tezisyy dokladov II Vsesoyuznoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii*. (Kuybyishev, sentybr, 14-17 sentybyry, 1984), Kuybyishev, Zh Tr.KPI, 1984 pp. 101–106.
4. Enshtin, E. D., & Gurevich, R. I. (1976). Vliyanie velichinyi zerna austenita na mehanicheskie svoystva hromonikelevyih konstruksionnyih staley. *Fizika i himiya obrabotki materialov*. **6**, 99–103.
5. Babey, Yu. I., Berezhnitskiy, M. F., Romaniv, O. N., & Kryiskiv, A. S. (1978). Vliyanie mehanicheskoy obrabotki na treschinostoykost stalnyih detaley. *FHMM*. **1**, 37–41.
6. Romaniv, O. N., Tkach, A. N., & Kryiskiv, A. S. (1980). Issledovanie obratimoy otpusknoy hrupkosti staley metodami mehaniki razrusheniya. *FHMM*. **2**, 41 - 47.
7. Burnakov, K. K., & Mostalyigin, G. P. (1975). Prichinyi treschinoobrazovaniya pri shlifovanii. *Vestnik mashinostroeniya*. **9**, 60–61.
8. Anelchik, V. D. (1985). Povyishenie effektivnosti shlifovaniya detaley s molibdenovym pokryтием. (PhD thesis), Odessa: Odesskiy politehnicheskii in-t.
9. Usov, A. V. (1996) Smeshannaya zadacha termouprugosti dlya kusochno-odnorodnyih tel s vklyucheniymi i treschinami. Proceedings of the *Smeshannyye zadachi mehaniki deformiruemogo tela: tezisyy dokladov IV Vsesoyuznoy konferentsii*. (Odessa, sentybr 11-14 sentybyry ,1996). Odessa: OGPU, pp. 116.
10. Usov, A. V. (1987). Vliyanie geterogennoy strukturyi materialov na treschinostoykost. *Tehnologicheskoe obespechenie funktsionalnyih parametrov kachestva poverhnostnogo sloya detaley mashin*. Sb Tr BMI, Bryansk, pp. 137–149.
11. Kovalenko, A. D. (1970). *Osnovy termouprugosti*. K.: Naukova dumka.
12. Galitsin, A. S., & Zhukovskiy, A. N. (1976). Integralnyie preobrazovaniya i spetsialnyie funktsii v zadachah teploprovodnosti. K.: Naukova dumka.
13. Cherepanov, G. P. (1974). *Mehanika hrupkogo razrusheniya*. M.: Nauka.
14. Usov, A. V. (1999) O nekotoryih integralnyih uravneniyah termouprugosti dlya kusochno-odnorodnyih tel s defektami i vklyucheniymi. Proceedings of the *Integralnyie uravneniya v prikladnom modelirovanii: tezisyy dokladov III Respublikanskooy konferentsii*. (Odessa, sentybr 11-14 sentybyry ,1999), Odessa: OGPU, pp. 115–116.
15. Parkus, G. (1963). *Neustanovivshiesya temperaturnyye napryazheniya*. M.: Fizmatgiz.
16. Mushelishvili, N. I. (1968). *Singulyarnyye integralnyie uravneniya*. M.: Nauka.
17. Panasyuk, V. V. (1984). *Metod singulyarnyih integralnyih uravneniy v dvumernyih zadachah difraktsii*. K.: Nauk. dumka.
18. Oborskiy, G. A., Daschenko, A. F., Usov, A. V., & Dmitrishin. D. V. (2013). *Modelirovanie sistem: monografiya*. Odessa: Astroprint.

Усов Анатолій Васильович – д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Одеського національного політехнічного університету, e-mail: usov_a_v@onu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Сікіраш Юлія Євгенівна – асистент кафедри вищої математики та моделювання систем Одеського національного політехнічного університету, e-mail: u.e.sikirash@onu.ua, ORCID: 0000-0003-0853-582X.