

УДК 519.7: 664.723

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА,  
Херсонський національний технічний університет  
В.В. ПОЛИВОДА  
Херсонська державна морська академія

## ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПАРАМЕТРІВ ЗЕРНОВОЇ МАСИ У ПРОЦЕСІ КОНВЕКТИВНОГО СУШІННЯ

*Стаття присвячена експериментальним дослідженням математичної моделі динаміки температури та вологості зернової маси у процесі конвективного сушіння з використанням конвеєрної сушарки. Розглянуті особливості процесів, що відбуваються під час конвективного сушіння. Зазначена перспективність використання конвеєрних сушарок для удосконалення процесу сушіння зерна. У зв'язку з тим, що процес сушіння умовно поділяється на два етапи, а саме, безпосередньо підігрів зерна нагрітим повітрям та відлежування, при якому зменшення вологості зерна відбувається за рахунок отриманої теплової енергії, доведена доцільність розробки математичної моделі процесу, що дозволить прогнозувати динаміку температури та вологості зернової маси як на етапі активного сушіння, так і при «сухій аерації». При виборі оптимального режиму сушки і раціональної конструкції зерносушильного обладнання в першу чергу слід забезпечити умови, необхідні для отримання заданих технологічних властивостей зерна. Це завдання пов'язане зі знаходженням нестационарних полів вологовмісту і температури в процесі сушіння, тобто з рішенням системи диференціальних рівнянь тепло- і масопереносу. При розробці моделі динаміки параметрів зерна запропоновано використовувати метод кінцевих різниць. Підкреслено важливість формулювання початкових та граничних умов з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок, та істотний вплив цих умов на адекватність загальної моделі динаміки процесу сушіння. Для перевірки адекватності математичної моделі процесу сушіння зерна, проведено ряд експериментальних досліджень з використанням сушильної шафи, трьох датчиків температури, датчику вологості та програмно-апаратні засоби Arduino для обробки отриманих даних. Перевірка адекватності математичної моделі, з використанням отриманих експериментальних даних, довела, що розроблену модель, реалізовану у програмному пакеті Matcad, можна використовувати для оптимізації процесу сушки з урахуванням кількісних характеристик теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу в зерновому шарі.*

*Ключові слова: автоматизована система керування; сушіння; зерно; математична модель; метод кінцевих різниць.*

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА  
Херсонский национальный технический университет  
В.В. ПОЛИВОДА  
Херсонская государственная морская академия

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ ЗЕРНОВОЙ МАССЫ В ПРОЦЕССЕ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ

*Статья посвящена экспериментальным исследованиям математической модели динамики температуры и влажности зерновой массы в процессе конвективной сушки с использованием конвейерной сушилки. Рассмотрены особенности процессов, которые происходят во время конвективной сушки. Показана перспективность*

использования конвейерных сушилок для усовершенствования процесса сушки зерна. В связи с тем, что процесс сушки условно делится на два этапа, а именно, непосредственно подогрев зерна нагретым воздухом и отлеживание, при котором уменьшение влажности зерна происходит за счет полученной тепловой энергии, доказана целесообразность разработки математической модели процесса, которая позволит прогнозировать динамику температуры и влажности зерновой массы как на этапе активного сушения, так и при «сухой аэрации». При выборе оптимального режима сушки и рациональной конструкции зерносушильного оборудования в первую очередь нужно обеспечить условия, необходимые для получения заданных технологических свойств зерна. Эта задача связана с нахождением нестационарных полей влажностермодинамики и температуры в процессе сушки, то есть с решением системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса. При разработке модели динамики параметров зерна предложено использовать метод конечных различий. Подчеркнута важность формулирования начальных и граничных условий с учетом конструктивных и технологических особенностей зерносушилок, и существенное влияние этих условий на адекватность общей модели динамики процесса сушки. Для проверки адекватности математической модели процесса сушки зерна, проведен ряд экспериментальных исследований с использованием сушильного шкафа, трех датчиков температуры, датчика влажности и программно-аппаратные средства Arduino для обработки полученных данных. Проверка адекватности математической модели, с использованием полученных экспериментальных данных, доказала, что разработанную модель, реализованную в программном пакете Matcad, можно использовать для оптимизации процесса сушки с учетом количественных характеристик теплофизических и термодинамических свойств зерна, которые влияют на процесс тепло- и массопереноса в зерновом слое.

Ключевые слова: автоматизированная система управления; сушка; зерно; математическая модель; метод конечных разностей.

D.G. LYTVYNCHUK, O.V. POLYVODA

Kherson National Technical University

V.V. POLYVODA

Kherson State Maritime Academy

## RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE GRAIN PARAMETERS DYNAMICS IN THE CONVECTIVE DRYING PROCESS

*The article is devoted to experimental research of the mathematical model of the dynamics of temperature and moisture content of grain mass in the convective drying process using a conveyor dryer. The features of the processes that occur during convective drying are considered. The prospects of using conveyor dryers for improving the grain drying process are shown. Due to the fact that the drying process is conventionally divided into two stages, namely, direct heating the grain with heated air and post-heating exposure, in which the moisture content of the grain decreases due to the received thermal energy, the expediency of developing a mathematical model of the process that will allow predicting the dynamics of temperature and moisture content of the grain mass both at the stage of active drying and during "dry aeration" is proved. When choosing the optimal drying mode and rational design of grain drying equipment, first of all, it is necessary to provide the conditions needed to obtain the specified technological properties of grain. This problem is associated with finding non-stationary fields of moisture content and temperature during the drying process, that is, with solving a system of differential equations for heat and mass transfer. While developing a model for the dynamics of grain parameters, it is proposed to use the method of finite*

*differences. The importance of formulating the initial and boundary conditions, taking into account the design and technological features of grain dryers, and the significant influence of these conditions on the adequacy of the general model of the dynamics of the drying process are emphasized. To check the adequacy of the mathematical model of the grain drying process, a number of experimental researches were carried out using a drying cabinet, three temperature sensors, a humidity sensor and Arduino software and hardware tools for processing the data obtained. Checking the adequacy of the mathematical model, using the obtained experimental data, proved that the developed model, implemented in the Matcad software package, can be used to optimize the drying process, taking into account the quantitative characteristics of the thermophysical and thermodynamic properties of grain, which affect the process of heat and mass transfer in the grain layer.*

*Keywords: automated control system; drying; grain; mathematical model; finite difference method.*

### **Постановка проблеми**

Основним способом сушіння зерна є конвективна сушка, при якій теплота передається до зерна від нагрітого повітря. Підведена конвективним шляхом передачі теплота витрачається на підігрів вологи до температури випаровування, на утворення пари і на нагрів самого зерна. Утворені водяні пари поглинаються повітрям і виводяться із зони сушіння. Нагріте повітря виконує функції не тільки теплоносія, а й вологопоглинача й називається агентом сушіння [1].

При конвективному способі сушіння випаровування вологи залежить від температури агента сушіння: з підвищенням температури випаровування збільшується. Але при порушенні рекомендованих режимів сушіння зерна у ньому відбуваються незворотні процеси, що можуть привести до негативних наслідків, таких як втрата схожості, погіршення хлібопекарських властивостей та повного псування зерна [2].

Одним з перспективних напрямків удосконалення процесу сушіння зерна є застосування конвеєрних сушарок з конвективним методом сушіння. Конвеєрні сушарки – це установки з горизонтальним розташуванням зернового шару, що знаходиться на конвеєрній стрічці. Сушіння проводиться за рахунок продування зернового шару нагрітим повітрям. Зерно з приймального бункера потрапляє на стрічку транспортера, де пристроєм для регулювання висоти шару забезпечується необхідна висота шару зерна, після чого відбувається підігрів зерна нагрітим повітрям. Після закінчення процесу сушіння зерно відправляють на відлежування, тобто застосовують принцип «сухої аерації», коли зменшення вологості зерна відбувається за рахунок отриманої теплової енергії [3]. У зв'язку з тим, що процес сушіння складається з двох етапів, які можуть повторюватися декілька разів в залежності від початкового стану зернової маси та технологічних характеристик зерносушильного обладнання, доцільно розробити математичну модель процесу сушіння зерна, яка дозволить прогнозувати динаміку температури та вологості зернової маси як на етапі активного сушіння, так і при «сухій аерації».

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

У автоматизованих системах керування конвеєрними сушарками вибір та оптимізація режимних параметрів сушіння, рішення задач контролю та керування процесом виконується з урахуванням даних про температуру та вологість зерна в кожній точці зернового шару. Для визначення динаміки вказаних параметрів зерна традиційно застосовують диференційні рівняння тепло- і масопереносу [1], у вигляді:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left( a_m \frac{\partial W}{\partial z} + a_m \delta \frac{\partial t_3}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$c\rho_0 \frac{\partial t_3}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t_3}{\partial z} + \varepsilon r \rho_0 \frac{\partial W}{\partial z} \right), \quad (2)$$

де  $W$  – вологість,  $t_3$  – температура,  $\rho_0$  – щільність,  $c$  – теплоємність,  $\lambda$  – теплопровідність зерна;  $a_m$  – коефіцієнт дифузії вологи;  $\delta$  – термоградієнтний коефіцієнт;  $\varepsilon$  – критерій фазового перетворення;  $z$  – координата;  $\tau$  – час.

Рівняння (1), (2) містять частинні похідні, що ускладнює отримання точного розв'язку, тому в роботі [4] розроблено модель динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу з використанням методу кінцевих різниць [5], яка дає можливість прогнозувати вологість  $W(z, \tau)$  та температуру зернової маси  $t_3(z, \tau)$  у кожному шарі зернової маси як

$$W(i, j+1) = a_m \frac{K}{h^2} [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)] + \\ + a_m \delta \frac{K}{h^2} [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)] + W(i, j), \quad (3)$$

$$t_3(i, j+1) = \frac{\lambda \cdot K}{c \cdot \rho_0 \cdot h^2} [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)] + \\ + \frac{\varepsilon \cdot r \cdot K}{c \cdot h^2} [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)] + t_3(i, j). \quad (4)$$

де  $i = 0, 1, \dots, N$ ;  $j = 0, 1, \dots, M$ ;  $K = t_c / M$ ;  $h = l_3 / N$ ,  $l_3$  – висота шару зерна на стрічці сушарки,  $t_c$  – час циклу сушіння,  $N$  – кількість вузлових точок за висотою шару зерна, а  $M$  – за часом.

При розв'язанні рівнянь (1)–(2) важливим питанням є формулювання початкових та граничних умов, які визначаються з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок, та істотно впливають на адекватність загальної моделі динаміки процесу сушіння.

#### Мета дослідження

Метою дослідження є аналіз, удосконалення та експериментальне дослідження математичної моделі динаміки вологості і температури зернової маси в процесі конвективного сушіння з використанням зерносушильного обладнання конвеєрного типу та сучасних апаратних і програмних засобів автоматизації.

#### Викладення основного матеріалу дослідження

Для знаходження розв'язку рівнянь тепло- і масопереносу, яке є рівнянням в частинних похідних, сформулюємо початкові і граничні умови.

Початкові умови до рівнянь (1)–(2) можна записати як:

$$t_3(z, \tau)|_{t=\tau_0} = t_3(z), \quad W(z, \tau)|_{t=\tau_0} = W(z), \quad (5)$$

де  $t_3(z)$  і  $W(z)$  – відомі функції.

Граничні умови на поверхні зерна визначаються насамперед принципом розподілу теплоносія, початковою вологістю та температурою зерна, температурою агента сушіння, інтенсивністю теплового потоку. Наприклад, для конвеєрної сушарки з перехресним потоком, у якій потоки зерна і агента сушіння спрямовані перпендикулярно, граничні умови можуть бути задані як

$$\frac{\partial t_3(z, \tau)}{\partial z} + \frac{\alpha(W(z, \tau))}{\lambda(W(z, \tau))} [T_{ac} - t_3(z, \tau)] = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial W(z, \tau)}{\partial z} + \frac{b \cdot t_3(z, \tau)}{a_m(W, t_3)} [W(z, \tau) - W_p] = 0, \quad (7)$$

де  $b$  – емпіричний коефіцієнт,  $b = 0,86 \cdot 10^{-7}$  для щільного шару [1],  $W_p$  – рівноважний вологовміст зерна,  $W_p = 9,1\%$ ,  $T_{ac}$  – температура агента сушіння для верхніх граничних умов або температура, обумовлена нагріванням конвеєрної стрічки для нижніх граничних умов.

Після дискретизації початкових (5) та граничних (6), (7) умов методом кінцевих різниць, значення  $W_{i0}$  та  $t_{3i0}$  на лівій стороні сітки визначаються з початкових умов як  $W_{i0} = W(i, 0) = W_0$  та  $t_{3i0} = t_3(i, 0) = t_{30}$  відповідно. Граничні значення температури і вологості на верхній ( $i = 0$ ) і нижній ( $i = N$ ) сторонах сітки обчислюються як

$$t_3(0, j+1) = \frac{t_3(1, j+1) + \frac{h \cdot \alpha(i, j) \cdot T_{ac}}{\lambda(i, j)}}{1 + \frac{h \cdot \alpha(i, j)}{\lambda(i, j)}}, \quad (8)$$

$$W(0, j+1) = \frac{-b \cdot t_3(1, j+1) \cdot h}{a_m(i, j)} (W(1, j+1) - W_p) + W(1, j+1). \quad (9)$$

Розроблена дискретизована математична модель була реалізована у програмному пакеті Matcad. На першому етапі (підігрів зерна) досліджувалась зернова маса з наступними початковими характеристиками:  $t_{30} = 27,6$  °С,  $W_0 = 0,22$  (22%). Час циклу сушіння  $t_c = 60$  хв, висота шару зерна на стрічці сушарки  $l_3 = 0,2$  м, кількість вузлових точок за висотою шару зерна  $N = 10$ , кількість вузлових точок за часом  $M = 3600$ , температура агенту сушіння  $T_{ac} = 100$  °С. При моделюванні використовувались кількісні характеристики теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, аналітичні залежності яких отримані у роботі [4]. Результати моделювання динаміки температури та вологості за шарами зернової маси на етапі активного сушіння наведені на рис. 1. На другому етапі (суха аерація) досліджувалась зернова маса з усередненими характеристиками, отриманими у кінці першого етапу:

$t_3 = 58,7 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $W = 0,213$  (21,3%), час відлежування склав  $t_c = 60$  хв. Результати моделювання динаміки температури та вологості за шарами зернової маси на етапі відлежування наведені на рис. 2. Усереднена температура наприкінці етапу відлежування склала  $t_3 = 45,1 \text{ }^\circ\text{C}$ , а вологість  $W = 0,207$  (20,7%).

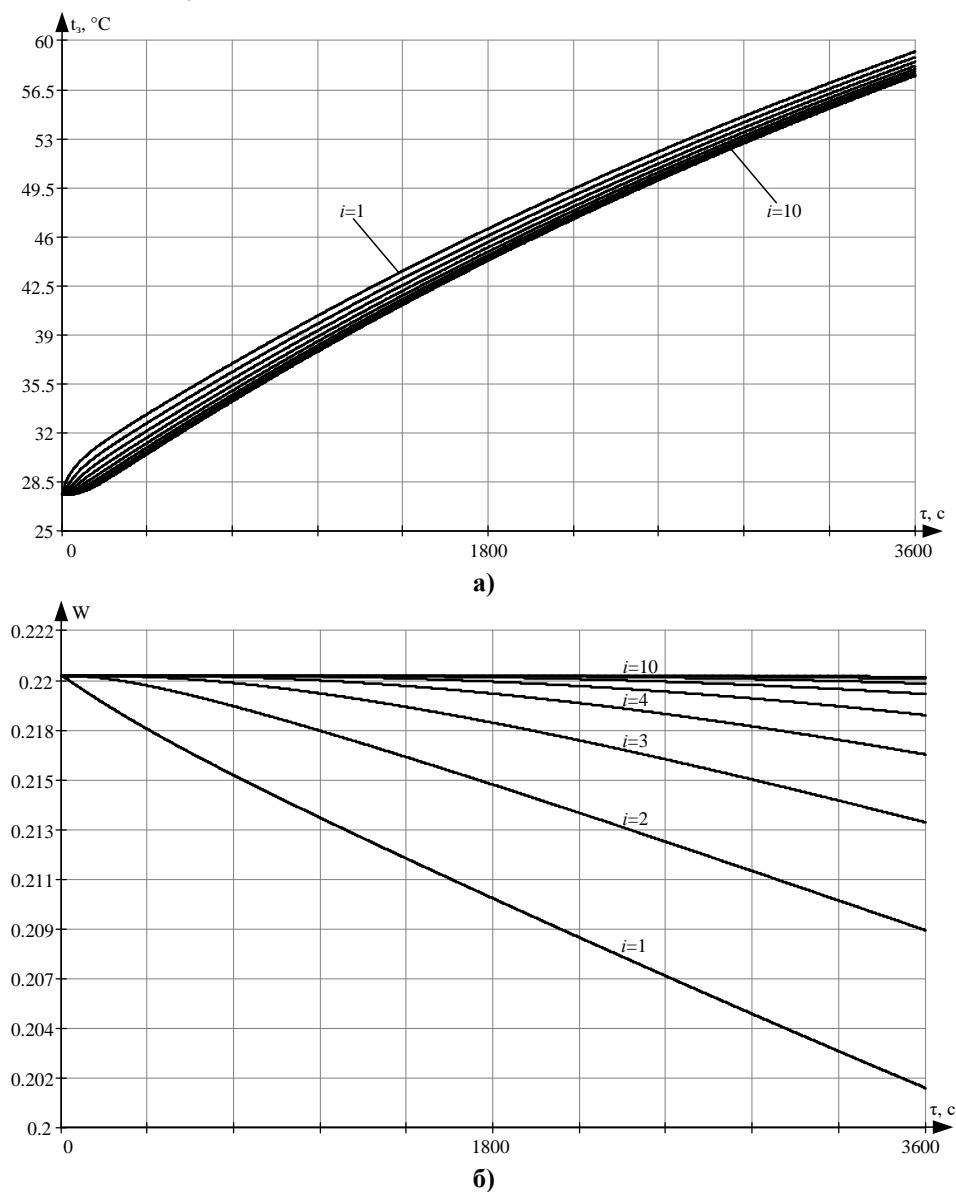


Рис. 1. Динаміка температури (а) та вологості (б) зерна за шарами етапі активного сушіння.

Для перевірки адекватності розробленої математичної моделі було проведено ряд експериментальних досліджень. Для проведення експериментів використовувалася лабораторна сушильна шафа СП-30 місткістю 28 л із примусовою конвекцією. Матеріал поміщався в експериментальну комірку із сітчастою основою. Початковий вологовміст зерна 22%, тривалість сушіння 60 хв. Експеримент був проведений у приміщенні при постійних зовнішніх умовах із пшеницею 6-го класу ДСТУ 3768–98. Проби були відібрані за ДСТУ 13586.3–83. Під час сушіння, проводився контроль температури зерна. Датчики типу DS18B20 були встановлені в кількості 3 шт для точного відстеження змін температури зерна під час сушіння. Ще один датчик знаходився усередині сушильної шафи для контролю температури повітря усередині камери. Після сушіння зерна вимірювалась його вологість за допомогою вологоміру «Wile 55». За аналогічним принципом відстежувались температура та вологість зерна у

процесі відлежування. На рис. 3 наведені розрахункові (суцільна лінія) та експериментальні (пунктирна лінія) залежності температури зерна у середньому шарі від часу на першому (рис. 3а) та другому (рис. 3б) етапах процесу сушіння. На рис. 4 наведені результати обчислень відносної похибки для двох етапів сушки.

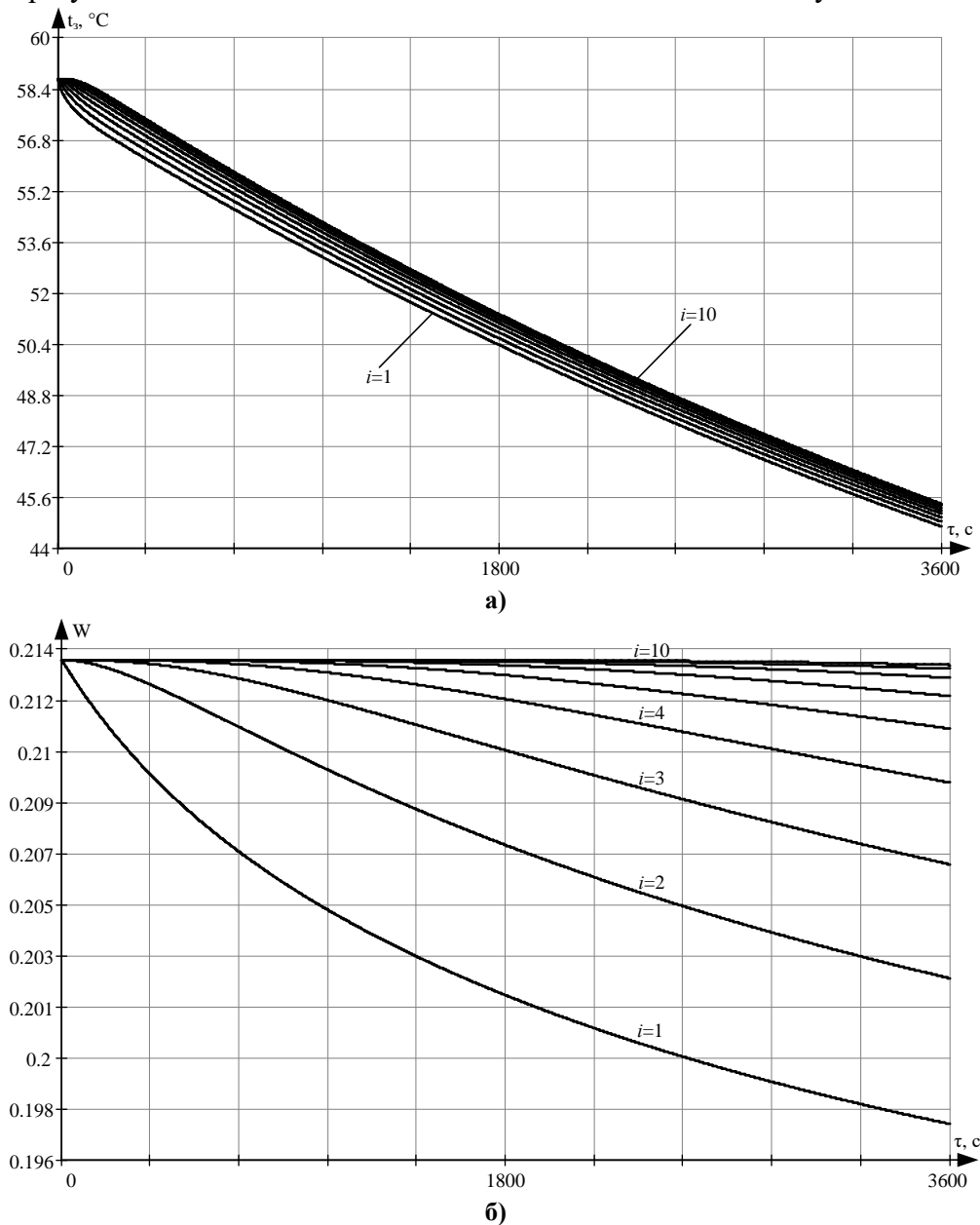


Рис. 2. Динаміка температури (а) та вологості (б) зерна за шарами на етапі відлежування.

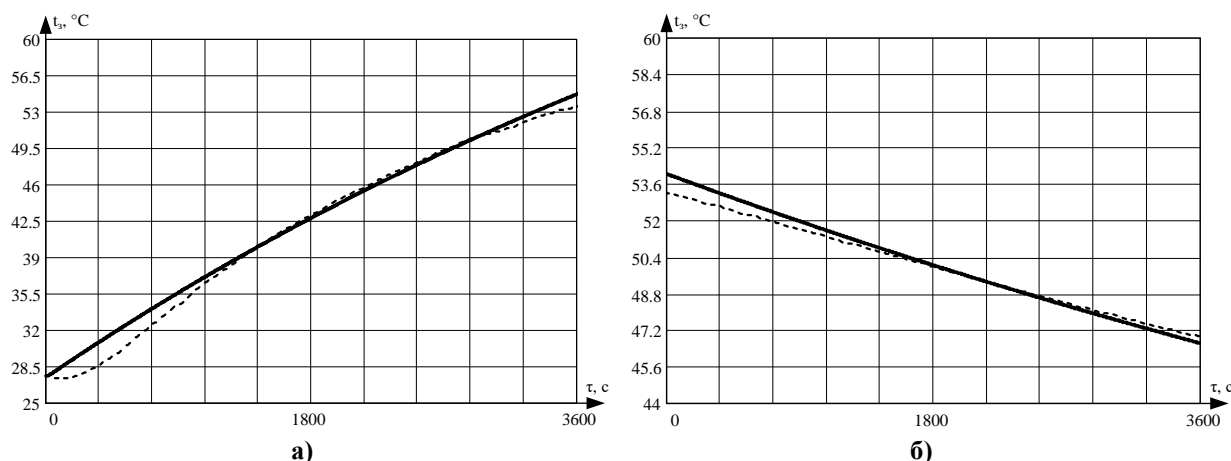


Рис. 3. Розрахункові (суцільна лінія) та експериментальні (пунктирна лінія) залежності температури зерна від часу: а) на першому етапі, б) на другому етапі.

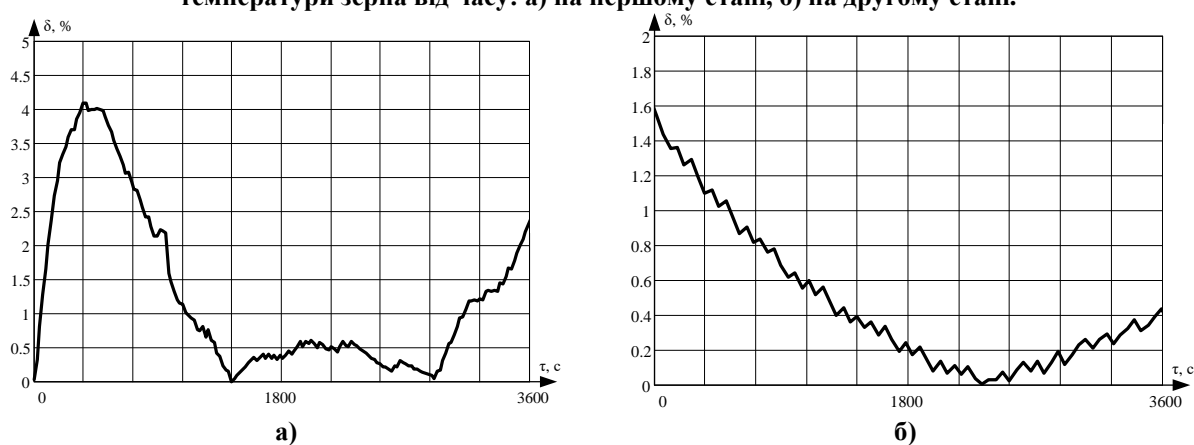


Рис. 4. Розрахункові залежності похибки моделі від часу: а) на першому етапі, б) на другому етапі.

Аналіз обчислених похибок математичної моделі доводить її адекватність що дає можливість її подальшого використання для оптимізації процесу сушки.

### Висновки

Розроблено модель динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу з використанням методу кінцевих різниць. Підкреслено важливість формулювання початкових та граничних умов з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок. Перевірка адекватності математичної моделі, з використанням отриманих експериментальних даних, довела, що розроблену модель можна використовувати для оптимізації процесу сушки з урахуванням кількісних характеристик теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу в зерновому шарі.

### Список використаної літератури

1. Остапчук Н. В. Математическое моделирование технологических процессов хранения и переработки зерна. М.: Колос, 1977. 240 с.
2. Гинзбургер А. С. Влага в зерне. М.: Колос, 1969. 221 с.
3. Jan A. Delcour and R. Carl Hosney: Principles of Cereal Science and Technology. 3rd ed., St. Paul, Minn.: AACCC International, 2010. 270 p.
4. Литвинчук Д. Г., Поливода О. В., Поливода В. В., Гавриленко В. О. Математична модель динаміки вологості та температури зерна в процесі сушіння. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3 (66). С. 85–90.



5. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

#### References

1. Ostapchuk, N. V. (1977). *Matematicheskoe modelirovanie tehnologicheskikh protsessov hraneniya i pererabotki zerna*. М.: Kolos.
2. Ginzburger, A. S. (1969). *Vlaga v zerne*. М.: Kolos.
3. Jan, A. Delcour & R. Carl, Hosney (2010). *Principles of Cereal Science and Technology*. 3rd ed., St. Paul, Minn.: AACC International.
4. Lytvynchuk, D. H., Polyvoda, O. V., Polyvoda, V. V., & Havrylenko, V. O. (2018). *Matematychna model dynamiky volohosti ta temperatury zerna v protsesi sushinnia. Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3** (66), 85–90.
5. Samarskiy, A. A., & Nikolaev, E. S. (1978). *Metodyi resheniya setochnyih uravneniy*. М.: Nauka.

Литвинчук Дмитро Григорович – аспірант кафедри автоматичної, робототехнічної та мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: [drewsua@ukr.net](mailto:drewsua@ukr.net), ORCID: 0000-0001-5431-2438.

Поливода Оксана Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматичної, робототехнічної та мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: [pov81@ukr.net](mailto:pov81@ukr.net), ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Поливода Владислав Володимирович – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматичної Херсонської державної морської академії, e-mail: [polivodavv@rambler.ru](mailto:polivodavv@rambler.ru), ORCID: 0000-0001-7742-255X.