

УДК 514.18

І.С. УСЕНКО
Національний університет
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

ПОБУДОВА ЕКВІДИСТАНТИ ДО ПЛОСКОЇ ЛАМАНОЇ У ФОРМУВАННІ СТРУКТУР КІЛЬЦЕВИХ ВОДОПРОВІДНИХ МЕРЕЖ

У статті наголошується, що рівномірне розташування ліній та вузлів водопроводів визначає раціональне їх розташування в структурі міста. Це пояснюється необхідністю врахування невизначеного положення вузлів в традиційному порядку прокладки магістральних водопроводів. Розташування вузлів водопроводу на межі міста не допускається, оскільки необхідно жити територію по обидва боки, що відповідає економічності будівництва і експлуатації мережі.

На основі аналізу останніх досліджень і публікацій було встановлено, що доцільно використовувати опорні лінії для рівномірного розміщення трубопроводів у вуличній мережі міста в процесі будівництва нових і реконструкції існуючих систем водопостачання. Зазначено, що ці лінії повинні бути рівновіддалені одна від одної та від периметра забудови на плані міста.

Метою дослідження є розробка методу визначення опорних ліній для рівномірності трасування трубопроводів магістральної водогінної мережі міста. У дослідженні розглядається орієнтований замкнений багатокутник, який утворений точками на площині і відображає межу розвитку міста. Визначено орієнтацію еквідистанти щодо внутрішньої замкнутої області площини. Вказується, що положення кожної точки еквідистанти повністю визначається трьома послідовними точками граничного контуру, що не лежать на одній прямій лінії. Використовуються площа і діаметр трикутника з вершинами на еквідистанті, а також значення її зміщення.

У статті розглядається опуклий орієнтований контур і записується рівняння прямих, що проходять через точки багатокутної лінії. Щоб зберегти рівність відстаней і знайти координати точки, записується система рівнянь з двома невідомими і обчислюється основний визначник системи. Рішення системи отримано за формулами Крамера. Відзначено, що в залежності від значення основного детермінанта системи рівнянь середня точка може бути виключена з розгляду, що призводить до зміни форми багатокутника. Щоб отримати множину еквідистант на плані міста, потрібно встановити значення зсуву, яке залежить від середньої відстані між вулицями.

Ключові слова: внутрішня еквідистанта, структура мережі, кільцева водопровідна мережа.

І.С. УСЕНКО
Національний університет
«Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИДИСТАНТЫ К ПЛОСКОЙ ЛОМАНОЙ В ФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУРЫ КОЛЬЦЕВЫХ ВОДОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ

В статье отмечается, что равномерное расположение линий и узлов водопроводов определяет рациональное их расположение в структуре города. Это объясняется необходимостью учёта неопределённого положения узлов в

традиционном порядке прокладки магистральных водопроводов. Расположение узлов водопровода на границе города не допускается, поскольку необходимо питать территорию с обеих сторон, что соответствует экономичности строительства и эксплуатации сети.

На основе анализа последних исследований и публикаций было установлено, что целесообразно использовать опорные линии для равномерного размещения трубопроводов в уличной сети города в процессе строительства новых и реконструкции существующих систем водопровода. Указано, что эти линии должны быть равноудалены между собой и от периметра застройки на плане города.

Целью исследования является разработка метода определения опорных линий для равномерности трассировки трубопроводов магистральной водопроводной сети города. В исследовании рассматривается ориентированная замкнутый многоугольник, который образован точками на плоскости и отражает границу развития города. Определена ориентация эквидистанты относительно внутренней замкнутой области плоскости. Указывается, что положение каждой точки эквидистанты полностью определяется тремя последовательными точками граничного контура, которые не лежат на одной прямой линии. Используются площадь и диаметр треугольника с вершинами на эквидистанте, а также значение ее смещения.

В статье рассматривается выпуклый ориентированный контур и записывается уравнение прямых, проходящих через точки многоугольной линии. Чтобы сохранить равенство расстояний и найти координаты точки, записывается система уравнений с двумя неизвестными и вычисляется основной определитель системы. Решение системы получено по формулам Крамера. Отмечено, что в зависимости от значения основного детерминанта системы уравнений средняя точка может быть исключена из рассмотрения, что приводит к изменению формы многоугольника. Чтобы получить множество эквидистант на плане города, нужно установить значение смещения, которое зависит от среднего расстояния между улицами.

Ключевые слова: внутренняя эквидистанта, структура сети, кольцевая водопроводная сеть.

I.S. USENKO
National University
'Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic'

THE CONSTRUCTION OF EQUIDISTANT TO A FLAT BROKEN LINE IN THE FORMATION OF THE STRUCTURE OF RING WATER NETWORKS

The paper notes that the uniform arrangement of lines and nodes of the water pipelines determines the rational laying of the water pipelines in the city structure. This is explained as taking into account the lack of previous uncertainty in the position of the nodes of the traditional order of laying the main water pipelines. The location of water pipeline nodes on the city border is not allowed since it is necessary to feed the territory from both sides, which corresponds to the economics of building and operating the network.

Based on the analysis of recent studies and publications, it was determined that it is advisable to use support lines to evenly place pipelines in the city's street network in the process of constructing new and reconstructing existing water pipeline and distribution systems. It is indicated that such lines should be taken equidistant on the city plan. They are equidistant from each other and from the perimeter of the city.

The research objective is presented as the development of a method for determining reference lines for uniform tracing of pipelines of the city's main water pipeline network. The study examines the oriented closed polyline, which is formed by points on the plane and defines the boundary of urban development. The orientation of the equidistant relative to the inner closed region of the plane is determined. It is indicated that the position of each point of the equidistant is completely determined by three consecutive points of the limit contour; they do not lie on one straight line. The area and diameter of the triangle with the vertices on the equidistant are used, as well as the offset value of the equidistant.

The paper considers a convex oriented contour and writes down the equation of lines passing through the points of the polygonal line. To maintain equality of distances and find the coordinates of a point, a system of equations with two unknowns is written and the main determinant of the system is calculated. The solution to the system is obtained by Cramer's formulas. It is noted that, depending on the value of the main determinant of the system of equations, the midpoint may be excluded from consideration, which changes the shape of the polyline. To get a lot of equidistant on the urban plan, you need to set the offset values in steps that depend on the average distance between the streets.

Keywords: internal equidistant, network structure, ring water supply network.

Постановка проблеми

При однаковій щільності населення і рівня благоустрою житлової забудови трасування водопровідних мереж (ВМ) повинно виконуватися рівномірним по всій території населеного пункту. Якщо розташувати лінії та вузли ВМ рівномірно, тоді це визначить деякою мірою раціональне прокладення мережі трубопроводів водопостачання у структурі міста. Таким чином, компенсується недолік попередньої невизначеності місцеположення вузлів традиційного порядку трасування ВМ. Окрім цього, розташування вузлів ВМ на межі населеного місця (НМ) не допускається або допускається тільки у виняткових випадках, оскільки трубопровід, який пройде через них, має жити територію з обох боків, що неможливо на межі ВМ і є порушенням однієї із суттєвих вимог економічності трасування ВМ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У літературних джерелах [3, 5] опрацьовані питання розвитку, зниження швидкості розростання міст та збільшення їх компактності. Контроль розростання територій міст обмежує посилення негативного впливу на оточуюче середовище. У багатьох випадках міські території використовуються не досить ефективно завдяки невисокій щільності забудови. Структура інженерних мереж визначається плануванням міста оскільки вони прив'язані до вуличної мережі. В рамках практичного застосування принципу компактності у роботах науковців розглядаються питання, які пов'язані з основними напрямками вуличної мережі міста [1, 2, 4]. Магістральна водопровідна мережа міста систематизована до чотирьох схем [1, 2]. Є доцільним визначення опорних ліній (еквідистант) для рівномірного розміщення трубопроводів у вуличній мережі міста під час побудови нових та реконструкції діючих систем подачі та розподілу води. Множину еквідистант на плані міста та його частин можна вважати опорними для розташування ліній структури магістральної водопровідної мережі.

Мета дослідження

Мета дослідження – розроблення способу визначення опорних ліній для рівномірного трасування трубопроводів магістральної водопровідної мережі міста.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для планування рівномірно розташованих трубопроводів ВМ використаємо множину ліній, що рівновіддалені одна від одної та від периметру НМ. Ці лінії повинні мати деяке зміщення одна відносно одної. Розглянемо їх побудову.

Нехай $M=[M_1 M_2 \dots M_n]$, $M_n=M_1$ – орієнтована замкнена ламана, утворена точками $M_i(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, які лежать на площині. Ця ламана визначає границю міської забудови. Орієнтацію лінії будемо вважати додатною, якщо нумерація її вершин здійснюється «проти годинникової стрілки» (рис. 1) і від’ємною – якщо «за годинниковою стрілкою» відносно внутрішньої замкненої області площини (рис. 2).

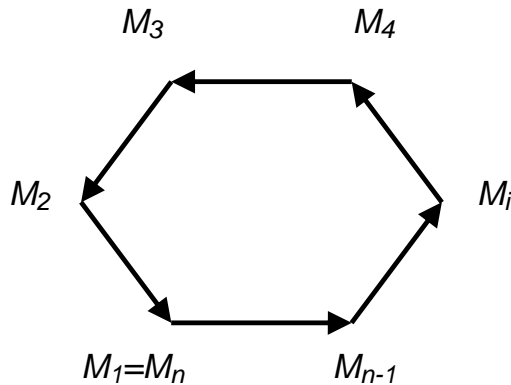


Рис. 1. Додатна орієнтація ламаної

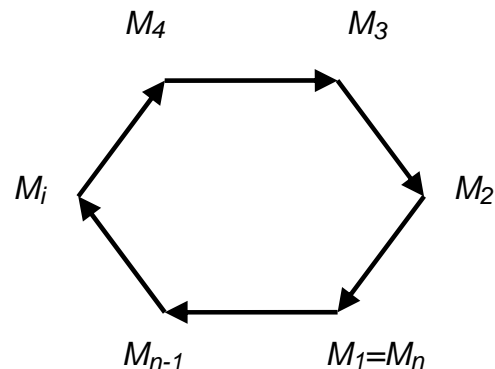


Рис. 2. Від’ємна орієнтація ламаної

Площа трикутника з вершинами $M_{i-1} M_i M_{i+1}$ визначається за формулою:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \\ x_{i+1} - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

де S – площа трикутника, $x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, x_{i+1}, y_{i+1}$ – координати точок M_{i-1}, M_i, M_{i+1} .

Якщо $S > 0$, тоді вершини трикутника орієнтовані в додатному напрямі, а якщо $S < 0$ – у від’ємному.

Визначимо діаметр багатокутника M_i :

$$\rho = \max |M_i M_k|. \quad (2)$$

Нехай $D < \rho$ – задане значення зміщення. Знайдемо внутрішню еквідистанту до контуру M , тобто таку ламану $N=[N_1 N_2 \dots N_n]$, $N_n=N_1$, всі вершини якої знаходяться на відстані $D > 0$ до контуру M (рис. 3) у внутрішній частині області, обмеженої контуром M .

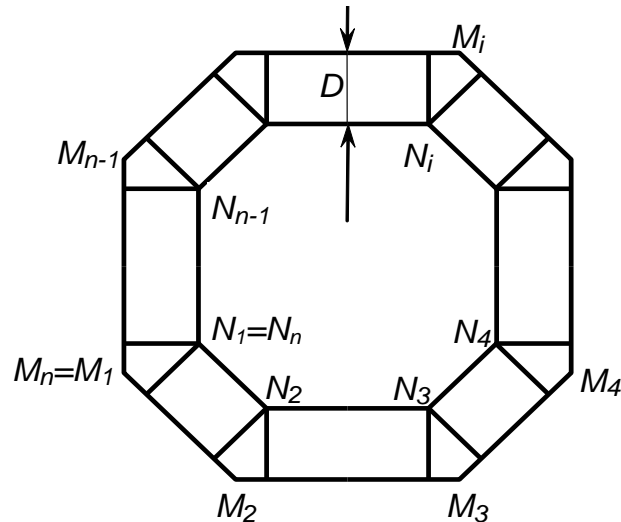


Рис. 3. Внутрішня еквідистанта плоскої ламаної

Положення кожної точки N_i еквідистанти повністю визначається трьома послідовними точками M_{i-1}, M_i, M_{i+1} граничного контуру, які не лежать на одній прямій, $S(\Delta M_{i-1} M_i M_{i+1}) \neq 0$.

Розглянемо спочатку опуклий додатньо орієнтований контур M . Запишемо рівняння прямих, що проходять через точки M_{i-1}, M_i та M_i, M_{i+1} (відрізків $[M_{i-1}, M_i]$ та $[M_i, M_{i+1}]$):

$$[M_{i-1} M_i]: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

\Leftrightarrow

$$(y_{i-1} - y_i)x + (x_i - x_{i-1})y + \begin{vmatrix} x_{i+1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} = 0;$$

$$[M_i M_{i+1}]: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

\Leftrightarrow

$$(y_i - y_{i+1})x + (x_{i+1} - x_i)y + \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} = 0.$$

Позначимо змінними X_i, Y_i шукані координати точки N_i (рис. 4).

Тоді відстань D_i від точки N_i до прямої (M_{i-1}, M_i) дорівнює:

$$D_i = \frac{1}{|M_{i-1} M_i|} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$$|M_{i-1} M_i| = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2},$$

а відстань D_2 до прямої (M_i, M_{i+1}) :

$$D_2 = \frac{1}{|M_i M_{i+1}|} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix}; \tag{6}$$

$$|M_i M_{i+1}| = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}.$$

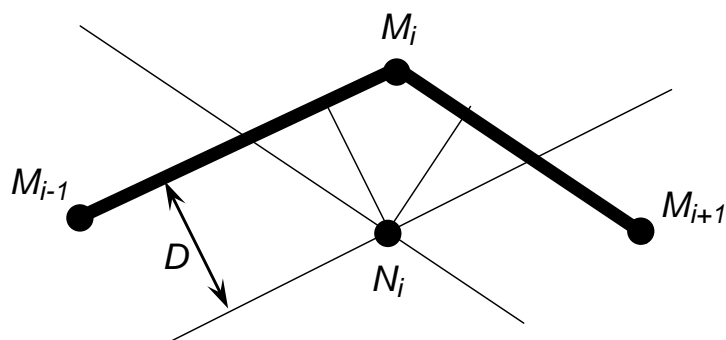


Рис. 4. Визначення точки, що знаходиться на однаковій відстані від $[M_{i-1}, M_i]$ та $[M_i, M_{i+1}]$

Необхідно, щоб дотримувалась рівність відстаней $D_1 = D_2 = D$, тому для знаходження координат точки N_i одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix} = D \cdot |M_{i-1} M_i|; \\ \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = D \cdot |M_i M_{i+1}|; \end{cases} \tag{7}$$

яка представляється двома рівняннями з двома невідомими:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} y_{i-1} & 1 \\ y_i & 1 \end{vmatrix} X_i + \begin{vmatrix} 1 & x_{i-1} \\ 1 & x_i \end{vmatrix} Y_i = D |M_{i-1} M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix}; \\ \begin{vmatrix} y_i & 1 \\ y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} X_i + \begin{vmatrix} 1 & x_i \\ 1 & x_{i+1} \end{vmatrix} Y_i = D |M_i M_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix}. \end{cases} \tag{8}$$

Обчислимо головний визначник Δ системи (8):

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i+1} & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix} = (y_{i-1} - y_i)(x_{i+1} - x_i) - (x_i - x_{i-1})(y_i - y_{i+1}). \quad (9)$$

Нехай $\Delta \neq 0$, тоді за формулами Крамера одержимо розв'язок системи (8):

$$X_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} D |M_{i-1}M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} & x_i - x_{i-1} \\ D |M_iM_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix}; \quad (10)$$

$$Y_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & D |M_{i-1}M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} \\ y_i - y_{i+1} & D |M_iM_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} \end{vmatrix}.$$

або в іншому вигляді (після спрощення):

$$X_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} D |M_{i-1}M_i| - (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1}) & x_i - x_{i-1} \\ D |M_iM_{i+1}| - (x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i) & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix} \quad (11)$$

$$Y_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & D |M_{i-1}M_i| - (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1}) \\ y_i - y_{i+1} & D |M_iM_{i+1}| - (x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i) \end{vmatrix}.$$

Якщо $\Delta_i=0$, то із рівності (9) випливає, що

$$\frac{y_{i-1} - y_i}{y_i - y_{i+1}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_i}. \quad (12)$$

тобто точки M_{i-1} , M_i , M_{i+1} лежать на одній прямій і вектори $\overline{M_{i-1}M_i}$ та $\overline{M_iM_{i+1}}$ – колінеарні.

В цьому випадку внутрішня точка виключається із розгляду, а замість ланок M_{i-1} , M_i , M_{i+1} уводиться один відрізок $M_{i-1}M_{i+1}$. Знайдені точки послідовно сполучаються відрізками прямих, що складають еквідистанту. Для побудови множини еквідистант потрібно змінювати параметр D .

Висновки

Опрацювання способу побудови еквідистанти до ламаної лінії розвиває дослідження із математичного моделювання в прикладних інженерних задачах. Виконання умови рівномірності водопровідних мереж в плануванні міста, спрямоване на забезпечення розвитку їх благоустрою. Побудова мережі еквідистант допомагає використати важливу властивість рівномірності, що може бути використана для реалізації сучасних тенденцій в удосконаленні міської інфраструктури.

Список використаної літератури

1. Абрамов Н. Н. Водоснабжение. Москва: Стройиздат, 1982. 440 с.

2. Новохатній В. Г. Водопостачання. Системи і мережі. Полтава: ПолтНТУ, 2014. 162 с.
3. Сосновский В. А., Русаков Н. С. Прикладные методы градостроительных исследований. Москва : Архитектура-С, 2006. 112 с.
4. Усенко І. С. Аналіз надійності та побудова трасувань кільцевих водопровідних мереж : автореф. дис... канд. техн. наук : 05.23.04. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. К., 2004. 20 с.
5. Breheny M. The Contradictions of the Compact City, a review. *Sustainable Development and Urban Form*. M. Breheny (Ed.). London: Pion Limited, 1992. P. 138–159.

References

1. Abramov, N. N. (1982). *Vodosnabzhenie*. Moskva: Stroyizdat.
2. Novokhatnii, V. H. (2014). *Vodopostachannia. Systemy i merezhi*. Poltava: PoltNTU, 162 p.
3. Sosnovskiy, V. A., & Rusakov, N. S. (2006). *Prikladnyie metodyi gradostroitelnyih issledovaniy*. Moskva : Arhitektura-S.
4. Usenko, I. S. (2004). *Analiz nadiinosti ta pobudova trasuvan kiltsevykh vodoprovidnykh merezh. Extended abstract of PhD dissertation (Vodopostachannia, kanalizatsiia)*, Kyiv : Kyiv. nats. un-t bud-va i arkhит.
5. Breheny M. (1992). The Contradictions of the Compact City, a review. In M. Breheny (Ed.), *Sustainable Development and Urban Form*. London: Pion Limited, pp. 138–159.

Усенко Ірина Сергіївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри архітектури та міського будівництва Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: irina__usenko@ukr.net, ORCID [http:// orcid.org/0000-0002-6217-4423](http://orcid.org/0000-0002-6217-4423).