

УДК 004.942

В.Ф. МИРГОРОД, И.М. ГВОЗДЕВА,  
В.В. ЛЕЩЕНКО, А.П. ТУМОЛЬСКИЙ, А.Г. КАЛУЕВ  
Национальный университет «Одесская морская академия»

## ПРОБЛЕМЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ТУРБОГЕНЕРАТОРНОГО ТИПА

*Предлагается подход к получению математического описания динамики безмультипликаторной турбогенераторной ветроэнергетической установки в безразмерном нормированном виде, а также оценка располагаемых запасов аэродинамической устойчивости для различных ветровых условий на основе предлагаемой математической модели. Подход основан на первоначальном формировании уравнений динамики вращательного движения винтовых групп с использованием законов сохранения и равновесия с учетом аэродинамических характеристик ветроколеса и турбомашин. В последующем на основе метода эквивалентных преобразований математических моделей получены уравнения динамики ветроэнергетической установки в нормированном виде относительно быстроходностей ветроколеса и каждой из турбомашин. Уравнения динамики ветроэнергетической установки в нормированном виде представляют собой систему нелинейных параметрических дифференциальных уравнений, параметры которых зависят как от конструктивных особенностей установки, так и от параметров ветрового потока. Предлагаемые уравнения динамики ветроэнергетической установки в нормированном виде имеют симметричный вид и могут быть использованы на этапе проектирования для различных схем построения. Наиболее важным результатом исследования является установленная зависимость параметров нелинейных уравнений динамики ветроэнергетической установки от градиента скорости ветра. Методом компьютерного моделирования выполнено исследование зависимости запасов аэродинамической устойчивости от скорости ветрового потока и градиента этой скорости. Установлено, что при наличии положительного градиента скорости ветрового потока запасы аэродинамической устойчивости ветроэнергетической установки при постоянной нагрузке снижаются. Положительный градиент скорости ветрового потока может быть вызван, например, порывами ветра либо сдвигом ветра. Эффект уменьшения запасов аэродинамической устойчивости ветроэнергетической установки является более значительным при меньших скоростях ветрового потока. Предлагаемые уравнения динамики ветроэнергетической установки в нормированном виде могут быть использованы для решения широкого круга задач проектирования и исследования динамических режимов ветроэнергетических установок для условий переменного ветрового потока.*

*Ключевые слова: ветроэнергетическая установка; математическая модель; устойчивость; метод эквивалентных преобразований.*

В.Ф. МИРГОРОД, І.М. ГВОЗДЕВА,  
В.В. ЛЕЩЕНКО, А.П. ТУМОЛЬСКИЙ, А.Г. КАЛУЄВ  
Національний університет «Одеська морська академія»

## ПРОБЛЕМИ АЕРОДИНАМІЧНОЇ СТАЛОСТІ І МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ ТУРБОГЕНЕРАТОРНОГО ТИПУ

*Пропонується підхід до отримання математичного опису динаміки безмультіплікаторної турбогенераторної вітроенергетичної установки в безрозмірному нормованому вигляді, а також оцінка наявних запасів аеродинамічної стійкості для різних вітрових умов на основі запропонованої математичної моделі. Підхід визначається за заданим формуванні рівнянь динаміки обертального руху гвинтових груп з використанням законів збереження і рівноваги з урахуванням аеродинамічних характеристик вітроколеса і турбомашин. В подальшому на основі методу еквівалентних перетворень математичних моделей отримані рівняння динаміки вітроенергетичної установки в нормованому вигляді щодо швидкохідностей вітроколеса і кожної з турбомашин. Рівняння динаміки вітроенергетичної установки в нормованому вигляді представляють собою систему нелінійних параметричних диференціальних рівнянь, параметри яких залежать як від конструктивних особливостей установки, так і від параметрів вітрового потоку. Пропоновані рівняння динаміки вітроенергетичної установки в нормованому вигляді мають симетричний вид і можуть бути використані на етапі проектування для різних схем побудови. Найбільш важливим результатом дослідження є встановлена залежність параметрів нелінійних рівнянь динаміки вітроенергетичної установки від градієнта швидкості вітру. Методом комп'ютерного моделювання виконано дослідження залежності запасів аеродинамічної сталості від швидкості вітрового потоку і градієнта цієї швидкості. Встановлено, що при наявності позитивного градієнта швидкості вітрового потоку запаси аеродинамічної сталості вітроенергетичної установки при постійному навантаженні знижуються. Позитивний градієнт швидкості вітрового потоку може бути викликаний, наприклад, поривами вітру або зсувом вітру. Ефект зменшення запасів аеродинамічної сталості вітроенергетичної установки є більш значним при менших швидкостях вітрового потоку. Пропоновані рівняння динаміки вітроенергетичної установки в нормованому вигляді можуть бути використані для вирішення широкого кола завдань проектування і дослідження динамічних режимів вітроенергетичних установок для умов змінного вітрового потоку.*

*Ключові слова: вітроенергетична установка; математична модель; сталість; метод еквівалентних перетворень.*

V. MYRHOROD, I. HVOZDEVA,  
V. LESHCHENKO, A. TUMOLSKYI, A. KALUEV  
National University 'Odessa Maritime Academy'

## PROBLEMS OF AERODYNAMIC STABILITY AND A MATHEMATICAL MODEL OF A WIND POWER PLANT OF TURBOGENERATOR TYPE

*An approach to obtaining a mathematical description of the dynamics of a multiplier turbine generator of wind power plant in a dimensionless normalized form is proposed, as well as an estimation of the available aerodynamic stability reserves for various wind conditions based on the proposed mathematical model. The approach is based on the initial*

*formation of the equations for the rotational motion dynamics of the screw groups using the laws of conservation and equilibrium, taking into account the aerodynamic characteristics of the wind wheel and turbomachines. On the basis of the method of equivalent transformations of mathematical models, the equations of a wind power plant dynamics were obtained in a normalized form with respect to the speed of the wind wheel and each of the turbomachines. The equations of dynamics of a wind power plant in normalized form are a system of nonlinear parametric differential equations, the parameters of which depend both on the design features of the wind power plant and on the parameters of the wind flow. The proposed equations of the wind power plant dynamics in normalized form have a symmetrical form and can be used at the design stage for various construction schemes. The most important result of the study is the established dependence of the nonlinear equations parameters of the wind power plant dynamics on the gradient of wind speed. The study of the dependence of aerodynamic stability reserves on the speed of the wind flow and the gradient of this speed has been carried out by the method of computer simulation. It was found that in the presence of a positive gradient of the wind flow velocity, the aerodynamic stability reserves of a wind power plant at a constant load are reduced. A positive gradient in wind speed can be caused, for example, by wind gusts or by wind shear. The effect of reducing the aerodynamic stability reserves of a wind power plant is more significant at lower wind flow velocities. The proposed equations of the wind power plant dynamics in a normalized form can be used to solve a wide range of design problems and study the dynamic modes of wind power plants for conditions of variable wind flow.*

*Keywords: wind power plant; mathematical model; stability; method of equivalent transformations.*

### **Постановка проблемы**

Развитие ветроэнергетики является в настоящее время общемировым трендом ввиду наличия известных экологических и экономических проблем использования ископаемых ресурсов. Ветроэнергетические установки (ВЭУ) являются совершенными и сложными объектами. Большинство ВЭУ имеют классическую схему с ветроколесом большого диаметра и электромеханической системой преобразования энергии ветрового потока. Недостатки классической схемы ВЭУ известны: низкие обороты ветроколеса, зависимость от скорости ветрового потока, сложность преобразования энергии ветрового потока. Указанных недостатков лишена безмультипликаторная турбогенераторная схема ВЭУ большой мощности отечественной разработки: Такая ВЭУ имеет на ветроколесе турбомашину с собственными винтовыми группами. Плоскости винтов турбомашин развернуты в направлении набегающего воздушного потока. Скорость этого потока является векторной суммой скорости ветра и линейной скорости потока, возникающего вследствие вращательного движения ветроколеса. Высокие значения и стабильность ветрового напора на винты турбомашин при изменении скорости ветра позволяют существенно снизить сложность электромеханической части ВЭУ и использовать электрогенераторы, допускающие непосредственное включение в промышленную сеть. Сложность процессов в ВЭУ указанного типа, содержащей две последовательных ступени аэродинамического преобразования энергии, обуславливает необходимость разработки соответствующего математического описания таких процессов и исследования проблем устойчивости в условиях переменного ветра.

### Анализ последних исследований и публикаций

Математическое описание установившихся режимов безмультипликаторной турбогенераторной ВЭУ представлены в [1]. Математические модели (ММ) динамики ВЭУ, разработанные на основе известных соотношений [1–5], предложены в [2]. Там же приведена компьютерная реализация предложенных моделей.

Математическое описание динамических режимов безмультипликаторной турбогенераторной ВЭУ основано на законах сохранения и равновесия моментов, зависящих от угловых скоростей ветроколеса и винтовых групп турбомашин. Предложенные ММ позволяют оценить динамические перегрузочные моменты при запуске ВЭУ, изменении скорости ветра, изменении нагрузки и в других переходных режимах. Однако основные характеристики винтовых групп (винтов турбомашин и ветроколеса) являются безразмерными зависимостями от быстроходности: отношения линейной скорости вращательного движения к скорости собственного воздушного потока.

Получение математического описания динамики ВЭУ в безразмерном нормированном виде относительно быстроходности необходимо для сравнительного анализа различных конструктивных решений и оценки располагаемых запасов устойчивости при переменном ветре. Такое преобразование выполнено авторами в [6], однако анализ проблем устойчивости ВЭУ и численная оценка запасов устойчивости еще не нашли достаточного освещения.

### Цель исследования

Целью работы является уточнение математического описания динамики ВЭУ в безразмерном нормированном виде относительно быстроходности, а также оценка располагаемых запасов аэродинамической устойчивости для различных ветровых условий.

### Изложение основного материала исследований

В соответствии с [2] уравнения динамики ВЭУ турбогенераторного типа в виде уравнений равновесия моментов имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\pi}{2} \rho(T_H, P_H) [C_{n1}(\omega_1 R_1 / V_0, \delta)] \times \\ \times R_1^2 V_0^3 / \omega_1 - \frac{3\pi}{2} \rho(T_H, P_H) [C_{t2}(\omega_2 R_{20} / V_2)] \times \\ \times R_{20}^2 R_2 V_2^2 \cos \alpha - M_{c1}(\omega_1, T_H), \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{\pi}{2} \rho(T_H, P_H) [C_{n2}(\omega_2 R_{20} / V_2)] \times \\ \times R_{20}^2 V_2^3 / \omega_2 - M_H(S, I) - M_{c2}(\omega_2, T_H), \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $R_1$  – радиус ветроколеса (ВК),  $R_{20}$  – радиус винтов турбомашин,  $R_2$  – радиус точки установки турбомашин,  $\rho(T_H, P_H)$  – плотность воздуха, зависящая от температуры  $T_H$  и давления  $P_H$ ,  $V_0$  – средняя скорость ветрового потока,  $V_2$  – скорость потока на винтах турбомашин,  $\alpha$  – угол установки турбомашин,  $J_1$  – момент инерции ветроколеса,  $z_1$  – быстроходность ветроколеса,  $z_1 = \omega_1 R_1 / V_0$ ,  $z_2$  – быстроходность винтов турбомашин,  $z_2 = \omega_2 R_{20} / V_2$ ,  $C_{n1}(z_1, \delta)$  – семейство расчетных характеристик коэффициента

мощности ветроколеса,  $C_{n2}(z_2)$  – расчетная характеристика коэффициента мощности винтов турбомашин;  $C_{t2}(z_2)$  – расчетная характеристика коэффициента осевой силы винтов турбомашин;  $M_H$  – нагрузочный, например, генераторный момент, зависящий от тока нагрузки  $I$ ,  $M_{c1}$  – момент сопротивления,  $\delta$  – угол поворота лопастей ветроколеса.

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= \sqrt{V_0^2 + V_r^2} \cos(\alpha - \beta), \\ V_r &= \omega_1 R_2, \beta = \arctg(V_0 / V_r) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

По сравнению с [2] динамика ВЭУ описывается системой уравнений (1), в которой в явном виде учитываются характеристики быстроходности. Второе уравнение в (1) описывает динамику одной из турбомашин. Если имеет место неидентичность характеристик турбомашин, то необходимо дополнить систему (1) соответствующими уравнениями каждой из турбомашин. На рис. 1 представлены качественные характеристики быстроходности ветроколеса в зависимости от угла поворота лопастей и нагрузочная характеристика, на рис. 2 – характеристики быстроходности винтов турбомашин.

В соответствии с поставленной целью исследования переход от дифференциальных уравнений в форме (1) для угловых скоростей вращательного движения ветроколеса и турбомашин к дифференциальным уравнениям, в которых искомыми функциями являются изменения параметров быстроходности, выполняется на основе следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= z_1 V_0 / R_1, \quad \omega_2 = z_2 V_2 / R_{20}, \\ V_2 &= \sqrt{V_r^2 + V_0^2} \cdot \cos\left(\arctg \frac{V_0}{V_r} - \alpha\right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

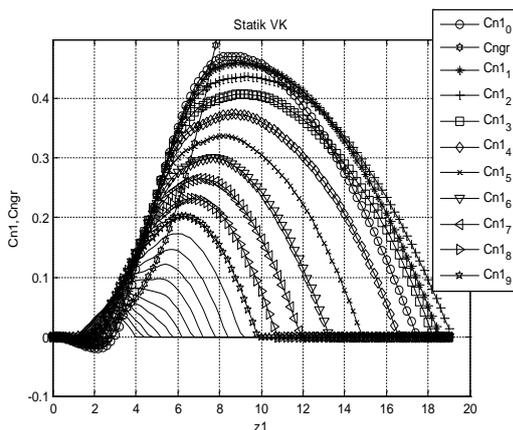


Рис. 1. Характеристики быстроходности ветроколеса.

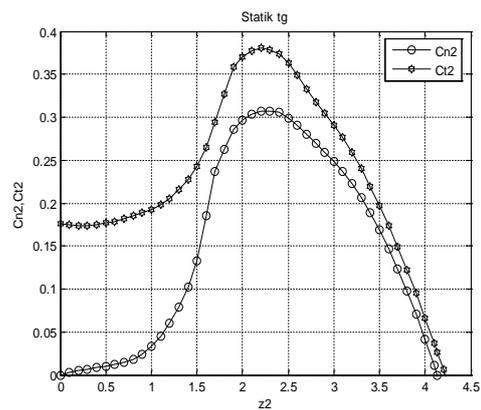


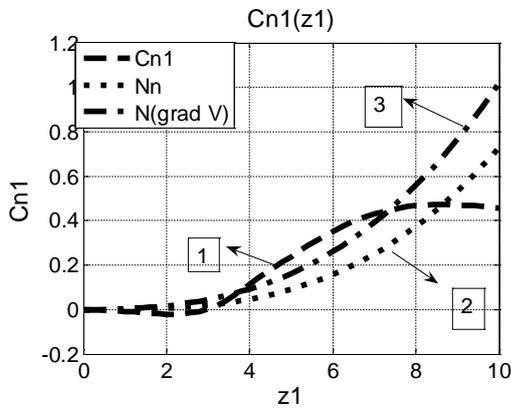
Рис. 2. Характеристики быстроходности винтов турбомашин.

Подстановка (3) в (1) после некоторых преобразований дает возможность получить безразмерные уравнения динамики ВЭУ турбогенераторного типа в нормированном виде. Далее полагается, что угол поворота лопастей ветроколеса является неизменным, а характеристики турбомашин идентичны. По сравнению с [6] математическое описание динамики в нормированном виде имеет ряд уточнений.

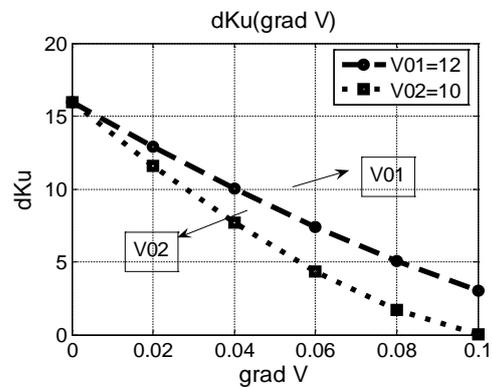
$$\begin{cases} a \left( \frac{1}{V_0} \frac{dz_1}{dt} + \frac{1}{V_0^2} z_1 \frac{dV_0}{dt} \right) z_1 = C_{n1}(z_1) - 3bf^2(z_1)C_{t2}(z_2)z_1, \\ d \left( \frac{1}{V_2} \frac{dz_2}{dt} + \frac{1}{V_2^2} z_2 \frac{dV_2}{dt} \right) z_2 = 3C_{n2}(z_2) - N_H/P_{ig}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $a = 2J_1/\pi\rho R_1^4$ ,  $b = R_{20}^2 R_2/R_1^3$ ,  $f(z_1) = \sqrt{c^2 z_1^2 + 1} \cos(\text{arctg}(cz_1) - \alpha)$ ,  
 $P_{ig} = (\pi\rho/2) R_{20}^2 V_2^3$ ,  $c = R_2/R_1$ ,  $d = 2J_2/(\pi\rho R_{20}^4)$ .

Представленные уравнения динамики ВЭУ имеют весьма примечательный вид. Обращает внимание их симметричность и одинаковость формы зависимостей левых частей. Правая часть уравнений (4) при приравнивании ее к нулю образует нормированные уравнения статики ВЭУ. Уравнения динамики ВЭУ в предлагаемой форме позволяют выполнить сравнение различных конструктивных решений, а также исследовать переходные режимы при переменном ветре. Явная зависимость параметров уравнений (4) от скорости и градиента скорости ветра указывает на возможность потери аэродинамической устойчивости при наличии градиента скорости ветра (порывы и сдвиг ветра). На рис. 3 представлено изменение положения рабочей точки на характеристике быстроходности ветроколеса при градиенте скорости ветра. Рис. 4 иллюстрирует зависимость запасов аэродинамической устойчивости от градиента скорости ветра. Запасы аэродинамической устойчивости определены в соответствии с [6].



**Рис. 3. Изменение положения рабочей точки на характеристике быстроходности ветроколеса при градиенте скорости ветра:**  
 1 – характеристика быстроходности,  
 2 – номинальная нагрузочная характеристика, 3 – нагрузочная характеристика при наличии градиента скорости ветра  $0,1 \text{ м/с}^2$ .



**Рис. 4. Зависимость запасов аэродинамической устойчивости от градиента скорости ветра.**

Потеря аэродинамической устойчивости означает уход рабочей точки на левую ветку характеристики быстроходности [6]. Наиболее опасным является автономный режим работы ВЭУ (по сравнению с режимом работы параллельно с сетью) при переменной нагрузке и существенной изменчивости ветра.

### Выводы

Математическое описание динамики безмультипликаторной турбогенераторной ВЭУ в безразмерном нормированном виде относительно быстроходности позволяет выполнить предварительную оценку эффективности предлагаемых проектных решений, а также оценку располагаемых запасов аэродинамической устойчивости для различных ветровых условий и режимов работы. Установлен эффект снижения запасов аэродинамической устойчивости ВЭУ при наличии градиента скорости ветра.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в исследовании влияния турбулизации ветрового потока.

### Список использованной литературы

1. Голубенко Н. С. Аэродинамические особенности безмультипликаторной турбогенераторной схемы ветроэлектрической установки большой мощности. *Нетрадиционная энергетика в XXI веке: материалы IV международной конференции*. (Гурзуф, 29 сентября–3 октября 2003 г.). С. 125–132.
2. Миргород В. Ф., Ранченко Г. С., Голубенко Н. С. Моделирование динамических режимов ветроэнергетической установки большой мощности. *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. 2006. № 4(30). С. 96–99.
3. Твайдел Дж., Уэйр А. Возобновляемые источники энергии. Москва: Энергоатомиздат, 1990. 392 с.
4. Шефтер Я. И., Использование энергии ветра. Москва: Энергоатомиздат, 1983. 200 с.
5. Johnson G. Wind Energy System. N.Y.: Prentice Hall, 1985. 421 p.
6. Гвоздева И. М., Миргород В. Ф., Деренг Е. В., Полищук П. И., Глазева О. В. Преобразование математической модели динамики ветроэнергетической установки к нормированной форме. *Електромеханічні і енергозберегаючі системи*. 2012. № 3(19). С. 456–458.

### References

1. Golubenko, N. S. (2003). Aerodinamicheskie osobennosti bezmultiplikatornoy turbogeneratornoy shemyi vetroelektricheskoy ustanovki bolshoy moschnosti. Proceedings of the *Netraditsionnaya energetika v XXI veke: materialyi IV mezhdunarodnoy konferentsii*. (Gurzuf, September 29–October 3, 2009), pp. 125–132.
2. Mirgorod, V. F., Ranchenko, G. S., & Golubenko, N. S. (2006). Modelirovanie dinamicheskikh rezhimov vetroenergeticheskoy ustanovki bolshoy moschnosti. *Aviatsiyno-kosmichna tehnika i tehnologia*. **30**, 4, 96–99.
3. Tvaydel, Dzh., & Ueyr, A. (1990). *Vozobnovlyaemye istochniki energii*. Moskva: Energoatomizdat.
4. Shefter, Ya. I. (1983). *Ispolzovanie energii vetra*. Moskva: Energoatomizdat.
5. Johnson, G. (1985). *Wind Energy System*. N.Y.: Prentice Hall.
6. Gvozdeva, I. M., Mirgorod, V. F., Dereng, E. V., Polischuk, P. I., & Glazeva, O. V. (2012). *Preobrazovanie matematicheskoy modeli dinamiki vetroenergeticheskoy ustanovki k normirovanoy forme*. *Elektromehanichni I energozberegayuchi sistemi*. **19**, 3, 456–458.

Миргород Владимир Федорович – д.т.н., доцент, профессор кафедры автоматизации судовых энергетических установок Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

Гвоздева Ирина Маратовна – д.т.н., профессор, профессор кафедры электрооборудования и автоматики судов Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: [oporchenko.im@gmail.com](mailto:oporchenko.im@gmail.com), ORCID: 0000-0001-5797-0559.

Лещенко Валерий Владиславович – старший преподаватель кафедры электрооборудования и автоматики судов Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: [lvvlvv@ukr.net](mailto:lvvlvv@ukr.net), ORCID: 0000-0003-0219-5174.

Тумольский Александр Петрович – старший преподаватель кафедры электрооборудования и автоматики судов Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: [nikola7074@gmail.com](mailto:nikola7074@gmail.com), ORCID: 0000-0003-3017-3781.

Калуев Анатолий Григорьевич – к.т.н., доцент кафедры электрической инженерии и электроники Национального университета «Одесская морская академия», e-mail: [kaluevanatoliy@gmail.com](mailto:kaluevanatoliy@gmail.com), ORCID: 0000-0002-4469-4054.